

## 第 2 章 检测系统基本特性

检测的主要目的是要获得被测物理量的真实可信的测量值。一方面，对所获的测量值有一个客观的评价，往往需要了解检测装置或系统的一些特性如线性度、精确度、分辨率等指标；另一方面，由于检测装置与检测系统本身的特性是固定的，而被测量是多种形式的，且频率范围可能很大，会遇到被测量频率与检测装置或检测系统不匹配的问题，此时就会出现测量值失真的情况。为此本章将介绍检测装置与检测系统的这些基本特性。

### 2.1 概述

在科学实验和工程实践中经常会遇到如何正确选择检测装置与检测系统的问题。实际的检测装置与检测系统的组成在繁简程度和中间环节上可能差别很大，有时可能是一个完整的小仪表（例如，数字温度计），有时则可能是一个由多路传感器和庞大的数据采集系统组成的系统，在此，一般简称为检测系统，有时也可以称为检测装置。

在选用检测系统时，要综合考虑多种因素，如被测物理量变化的特点、精度要求、测量范围、性价比等。其中，最主要的一个因素是检测系统的基本特性是否能使其输入的被测物理量在精度要求范围内真实地反映出来。这样，被测量系统才具备完成预定测量任务的基本条件。

检测系统的基本特性一般分为两类：静态特性和动态特性。这是因为被测物理量的变化特点大致可以分为两种情况，一种是被测量不变或变化极缓慢的情况，此时可定义一系列静态参数来表征检测系统的静态特征；另一种是被测量快速变化的情况，它要求检测系统的响应速度必须极快，此时可定义一系列动态参数来表征测量装置的动态特性。

通常的过程检测问题总是处理输入量或被测量  $x(t)$ 、系统的传输或转换特性  $h(t)$  和输出量  $y(t)$  三者之间的关系，如图 2.1 所示，即：

(1) 如果系统的特性已知，通过对输出信号的观察分析，就能推断其相应的输入信号或被测量。这就是通常的测量。

(2) 如果输入的信号已知，通过对输出信号的观察分析，就能推断出检测系统的特性。这就是通常的系统或仪器的标定过程。

(3) 如果输入和系统的特性已知，则可推断和估计系统的输出量。

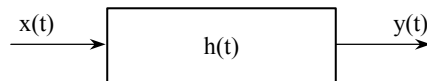


图 2.1 系统输入和输出

理想的测量应该是不失真地传递检测信号的过程。理想的检测系统应该具有单值的、确定的输入输出关系，其中以成线性关系最佳。在静态测量中，检测系统的这种线性关系是所希望的，但不是必须的，因为在静态测量中可用曲线校正或输出补偿技术作为非线性校正；在动

态测量中，测量工作本身应该力求是线性系统，这不仅因为目前只有对线性系统才能做比较完善的数学处理与分析，而且也因为在动态测试中作非线性校正目前还相当困难。一些实际检测系统不可能在较大的工作范围内完全保持线性，因此，只能在一定的工作范围内和在一定的误差允许范围内作为线性处理。

一般情况下，检测系统的静态特性与动态特性并不是互不相关的，静态特性也会影响到动态条件下的检测。例如，如果考虑检测系统中的死区、滞后等静态参数的影响，则列出的动态微分方程就是非线性的，这样求解就复杂化了。为了使问题简化，便于分析，通常是把静态特性与动态特性分开处理，把造成非线性的因素作为静态特性处理，而在列动态方程时，忽略非线性因素，简化为线性微分方程。

本章主要就一般检测系统的静态特性与动态特性，以及检测系统动态特性参数的测定方法作介绍。

## 2.2 检测系统的静态特性

静态特性表示检测系统在被测物理量处于稳定状态或缓慢变化时的输入输出关系。衡量检测系统静态特性的主要指标是线性度、灵敏度、重复性、迟滞性、准确度、分辨率（分辨力）、漂移、量程及测量范围等。

### 2.2.1 静态数学模型

当被测对象处于静态时，也就是当检测系统的输入信号不随时间变化时，测试系统输入与输出之间的关系称为静态特性，采用的数学模型称为静态数学模型。

若不考虑滞后及蠕变，检测系统的静态模型可用式（2.1）表示：

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \quad (2.1)$$

式中  $x$ ——输入量；

$y$ ——输出量；

$a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$ ——常量。

通常希望输出与输入之间的关系呈线性，这时系统的数学模型为：

$$y = a_0 + a_1x \quad (2.2)$$

当系统的特性为非线性时，必须采取线性化措施。

静态特性是通过在使用前对系统进行标定或定期校验获得的，即在规定的标准工作条件下（如温度、大气压力、湿度等），由高精度输入量发生器给出一系列数值已知的、准确的、不随时间变化的输入量  $x_i (i=1,2,\cdots,n)$ ，用高精度测量系统测定被校检测系统对应输出量  $y_i (i=1,2,\cdots,n)$ ，从而获得由  $(x_i, y_i)$  系列值得出的数表、曲线或所求得的数学表达式表征的被校检测系统的输入与输出关系。

若实际检测时的工作条件偏离了标定时标准条件，将产生附加误差，必要时需对检测系统的读数进行修正。

### 2.2.2 线性度

线性度又称非线性误差，是被测量处于稳定状态时，表征系统输出与输入之间关系的曲线（标定或校准曲线）对选定拟合直线的接近程度。它用非线性引用误差形式来表示，即

$$\gamma_L = \pm \frac{\Delta L_m}{Y_{F.S.}} \times 100\% \quad (2.3)$$

式中  $\gamma_L$ ——引用非线性误差；

$\Delta L_m$ ——标定曲线对拟合直线的最大偏差；

$Y_{F.S.}$ ——满量程输出值。

由于拟合直线确定的方法不同，则用非线性相对误差表示的线性度值也不同。选择拟合曲线应保证获得尽量小的非线性误差，并考虑使用与计算方便。常用的拟合直线方法有理论直线法、端直线法、端点平移法、平均选点法、最小二乘法等，相应的有理论线性度、端基线性度、端点平移线性度、平均选点线性度、最小二乘法线性度等。其中理论线性度与最小二乘法线性度的应用最普遍。

#### 1. 理论直线法

理论直线特性方程为  $y = kx$ ，它与实际测试值无关。获得理论直线一般是通过理论上的数学建模而得到，如图 2.2 中的直线 1。此法的优点是简单、方便，但最大偏差  $\Delta L_m$  大。

按此方法得出的线性度又称“绝对线性度”。图 2.2 中 1 为理论线性度拟合直线，2 为最小二乘法线性度拟合直线，3 为测量系统实验标定曲线， $\Delta L_1$  为理论线性度的最大拟合偏差， $\Delta L_2$  为最小二乘法线性度的最大拟合偏差。

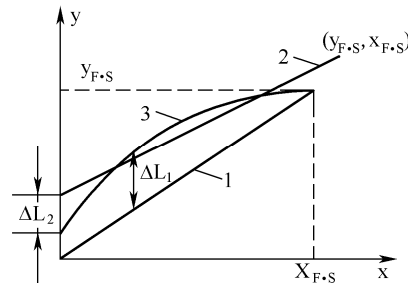


图 2.2 理论线性度与最小二乘法线性度的拟合直线

#### 2. 最小二乘法

设拟合直线方程通式为  $y = b + kx$ ，最小二乘法的原则是系数  $b$  和  $k$  的值要使得  $y_i - y$  的平方和为最小。这里系数  $b$  和  $k$  值的确定是关键，第  $i$  个标定点的标定值  $y_i$  与拟合直线上相应值的偏差为  $\Delta L_i = (b + kx_i) - y_i$ ，根据最小二乘法，就要使  $N$  个标定点的均方差

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta L_i^2 = f(b, k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(b + kx_i) - y_i]^2$$

为最小值，由一阶偏导数等于零  $\frac{\partial f(b, k)}{\partial b} = 0, \frac{\partial f(b, k)}{\partial k} = 0$  可得两个方程式，并解得两个未知量  $b, k$  的表达式：

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)\left(\sum_{i=1}^N y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)\left(\sum_{i=1}^N x_i y_i\right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2}, k = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)\left(\sum_{i=1}^N y_i\right)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2} \quad (2.4)$$

最小二乘法适用的前提条件是系统测量误差是无偏的，即没有系统误差，各次测量相互独立，且服从正态分布。

### 2.2.3 灵敏度

灵敏度  $S$  是仪器在静态条件下响应量的变化  $\Delta y$  和与之相对应的输入量变化  $\Delta x$  的比值，它描述检测系统对输入量变化反应的能力，其表示形式为：

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \quad (2.5)$$

灵敏度是一个有因次的量，因此在讨论测试系统的灵敏度时，必须确切地说明它的因次。例如，位移传感器的被测位移单位是 mm，输出量的单位是 mV，故位移传感器的灵敏度单位是 mV/mm。有些仪器的灵敏度表示方法和定义相反，例如记录仪及示波器的灵敏度常表示为 V/cm，而不是 cm/V。假如测量仪器的激励与响应为同一形式的物理量（例如电压放大器），则常用“增益”这个名次来取代灵敏度的概念。上述定义与表示方法都是指绝对灵敏度。

另一种常用的灵敏度表示方法是相对灵敏度，当输入量与输出量采用相对变化量  $\Delta x/x, \Delta y/y$  形式时，灵敏度有  $s = \Delta y/(\Delta x/x)$  或  $s = (\Delta y/y)/\Delta x$  等多种相对灵敏度表达形式。相对灵敏度表示检测系统的输出变化量对于被测输入量的相对变化量的变化率或表示检测系统的输出量的相对变化量对于被测输入变化量的变化率或表示检测系统的输出量的相对变化量对于被测输入变化量的变化率。在实际检测中，被测量的变化有大有小，在要求相同的测量精度条件下，被测量越小，则所要求的绝对灵敏度越高。但如果用相对灵敏度表示，则不管被测量的大小如何，只要相对灵敏度相同，检测精度也相同。

检测系统除了对有效被测量敏感之外，还可能对各种干扰量有反应，从而影响检测精度。这种对干扰量或影响量敏感的灵敏度称为有害灵敏度。在设计检测系统时，应尽可能使有害灵敏度降低到最低限度。

许多检测单元的灵敏度是由其物理属性或结构所决定的。人们常常追求高灵敏度，但灵敏度和系统的量程及固有频率等是相互制约的，应引起注意。

### 2.2.4 重复性

重复性表示检测系统在同一工作条件下，按同一方向作全量程多次（三次以上）检测时，对于同一个激励量其检测结果的不一致程度，如图 2.3 所示。

重复性误差指标定制的分散性，是一种随机误差，重复性误差表示形式为：

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (2.6)$$

式中  $\Delta R$  ——同一激励量对应多次循环的同向行程相应量的绝对误差。

可以根据标准偏差来计算  $\Delta R$ ：

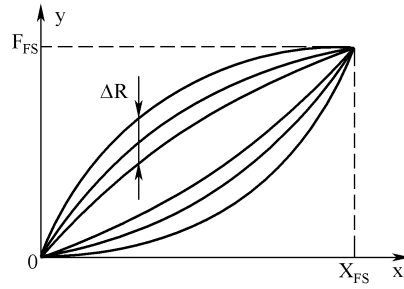


图 2.3 重复性示意图

$$\Delta R = K\sigma / \sqrt{n} \quad (2.7)$$

式中  $\sigma$ ——子样标准偏差；

$K$ ——置信因子， $K=2$ 时，置信度为 95%； $K=3$ 时，置信度为 99.73%。

标准偏差  $\sigma$  的计算可按下述方法进行：

(1) 按贝赛尔公式计算各标定点的标准偏差  $\sigma$ ：

$$\sigma_{jD} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{jiD} - \bar{y}_{jD})^2} \quad (2.8)$$

$$\sigma_{jI} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{jiI} - \bar{y}_{jI})^2} \quad (2.9)$$

式中  $\sigma_{jD}$ 、 $\sigma_{jI}$ ——正、反行程各标定点响应量的标准偏差；

$\bar{y}_{jD}$ 、 $\bar{y}_{jI}$ ——正、反行程各标定点响应量的平均值；

$j$ ——标定点序号， $j=1,2,3,\dots,m$ ；

$i$ ——标定的循环次数， $i=1,2,3,\dots,n$ ；

$y_{jiD}$ 、 $y_{jiI}$ ——正、反行程各标定点的输出值。

(2) 再取  $\sigma_{jD}$ 、 $\sigma_{jI}$  的均方值为子样的标准偏差  $\sigma$ ：

$$\sigma = \sqrt{\left( \sum_{j=1}^m \sigma_{jI}^2 + \sum_{j=1}^m \sigma_{jD}^2 \right) \frac{1}{2m}} \quad (2.10)$$

### 2.2.5 迟滞性

迟滞性也叫滞后或回程误差。迟滞性表示在规定的同一校准条件下，检测装置正、反行程校准曲线在同一校准级上正、反行程输出值的不一致程度，如图 2.4 所示。迟滞误差在数值上是用各校准级中的最大迟滞偏差  $H_{\max}$  与满量程理想输出值  $Y_{FS}$  之比的百分率表示，即：

$$\delta_H = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (2.11)$$

式中  $\delta_H$ ——迟滞误差；

$\Delta H_{\max}$ ——同一校准级上正、反行程输出平均值之间的最大偏差。

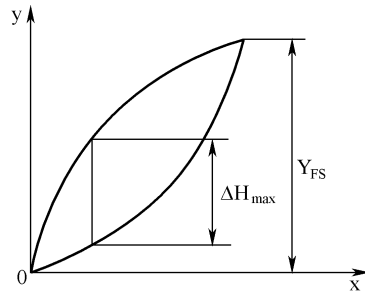


图 2.4 迟滞性误差示意图

### 2.2.6 准确度

准确度是指测量仪器指示被测量真值的能力，准确度是重复误差和线性度等的综合。

准确度可以用输出单位来表示，例如温度表的准确度为 $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，千分尺的准确度为 $\pm 0.001\text{mm}$ 等。但大多数测量仪器或传感器的准确度是用无量纲的百分比误差或满量程百分比误差来表示，即：

$$\text{百分比误差} = \frac{\text{指示值} - \text{真值}}{\text{真值}} \times 100\% \quad (2.12)$$

而在工程应用中多以仪器的满量程百分比误差来表示，即：

$$\text{满量程百分比误差} = \frac{\text{指示值} - \text{真值}}{\text{最大量程}} \times 100\% \quad (2.13)$$

准确度表示检测的可信程度，准确度不高可能是由仪器本身或计量基准的不完善两方面原因造成的。

### 2.2.7 分辨率

分辨率（分辨力）是指检测系统能测量到输入量最小变化的能力，即能引起响应量发生变化的最小激励变化量，用 $\Delta x$ 表示。由于检测系统或仪器在全量程范围内，各测量区间的 $\Delta x$ 不完全相同，因此常用全量程范围内最大的 $\Delta x$ 即 $\Delta x_{\max}$ 与检测系统满量程输出值 $Y_{\text{FS}}$ 之比 $k$ 表示其分辨能力，称为分辨率，即：

$$k = \frac{\Delta x_{\max}}{Y_{\text{FS}}} \quad (2.14)$$

为了保证检测系统的测量准确度，工程上规定检测系统的分辨率应小于允许误差的 $1/3$ 、 $1/5$ 或 $1/10$ 。可以通过提高仪器的敏感单元的增益的方法来提高分辨率，如使用放大镜可比肉眼更清晰地观察刻度盘相对指针的刻度值，用放大器放大测量信号等。不应该将分辨率与重复性和准确度混淆起来。测量仪器必须有足够高的分辨率，但这还不是构成良好仪器的充分条件。分辨率的大小应能保证在稳态测量时仪器的测量值波动很小，分辨率过高会使信号波动过大，从而会对数据显示或校正装置提出过高的要求。一个好的设计应使其分辨率与仪器的功用相匹配。提高分辨率相对而言是比较方便的，因为在仪器的设计中提高增益不成问题。

### 2.2.8 漂移

漂移是指在检测系统的激励不变时，响应量随时间的变化趋势。漂移的同义词是仪器的不稳定性，产生漂移的原因有两个方面，一是仪器自身结构参数的变化，二是外界工作环境参数的变化对响应的影响。最常见的漂移问题是温漂，即由于外界工作温度的变化而引起的输出的变化。例如溅射薄膜压力传感器的温漂为  $0.01\% (\text{h} \cdot ^\circ\text{C})$ ，即当温度变化  $1^\circ\text{C}$  时，传感器的输出每小时要变化  $0.01\%$ 。随着温度的变化，仪器的灵敏度和零位也会发生漂移，分别称为灵敏度漂移和零点漂移。

### 2.2.9 量程及测量范围

检测系统能测量的最小输入量（下限）至最大输入量（上限）之间的范围称为量程。测量上限值与下限值的代数差称为测量范围。测量可以是单向的（如  $0 \sim 100\text{m}$ ）、双向的（如  $\pm 3\text{g}$ ）、双向不对称的（如  $-3 \sim +20\text{g}$ ）及中间某一段无零值的（如  $3000 \sim 8000\text{r/min}$ ）。仪器的量程决定于仪器中各个环节的性能，假如仪器中任一环节的工作出现饱和或过载，则整个仪器都不能正常工作。

有效量程或工作量程是指被测量的某个数值范围，在此范围内测量仪器测得的数值，其误差均不会超过规定值。仪器量程的上限与下限构成了仪器可以进行测量的极限范围，但并不代表仪器的有效量程。有时还用到“可调范围”这个名词，它通常用有效量程的高端和低端的相互关系来表示，例如有效范围为  $20\% \sim 85\% \text{RH}$ ，则可调范围为  $4.25:1$ 。有些动态测量仪器还使用“动态量程”这个名词，表示方法与可调范围类似，但采取“分贝”形式。

## 2.3 检测系统的静态标定

为了使测量结果具有普遍的科学意义，检测系统应当是经过检定的。根据标定时输入到检测系统中的已知量是静态量还是动态量，分静态标定和动态标定。本节讨论静态标定，具体来讲，静态标定就是将原始基准器，或比被标定系统准确度高的各级标准器，或已知输入源作用于检测系统，得出检测系统的激励——响应关系的实验操作。对检测系统进行标定时，一般应在全程范围内均匀地选取 5 个或 5 个以上的标定点（包括零点），从零点开始，由低至高，逐次输入预定的标定值，此称标定的正行程。然后再倒序由高至低依次输入预定的标定值，直至返回零点，此称标定的反行程，并按要求将以上操作重复若干次，记录下相应的响应——激励关系。

标定的主要作用是：

- (1) 确定仪器或检测系统的输入与输出关系，赋予仪器或测试系统分度值。
- (2) 确定仪器或检测系统的静态特性指标。
- (3) 消除系统误差，改善仪器或检测系统的正确度。

在科学检测中，标定是一个不容忽视的重要步骤。通过标定，可得到检测系统的响应值  $y_i$  和激励值  $x_i$  之间的一一对应关系，称为检测系统的静态特性。静态特性可以用一条曲线来表示，该曲线称为检测系统的静态特性曲线，有时也称为静态校准曲线或静态标定曲线。从标定过程可知，检测系统的静态特性曲线也可相应地分为正行程特性曲线、反行程特性曲线和平均特性

曲线（正行程、反行程特性曲线之平均），一般都以平均特性曲线作为检测系统的静态特性。

理想的情况是检测系统的响应和激励之间有线性关系，这时数据处理最简单，并且可与动态检测原理相衔接。因为线性系统遵守叠加原理和频率不变性原理，在动态测量中不会改变响应信号的频率结构，造成波形失真。然而，由于原理、材料、制作上的种种客观原因，检测系统的静态特性不可能是严格线性的。如果在检测系统的特性方程中，非线性项的影响不大，实际静态特性接近直线关系，则常用一条参考直线来代替实际的静态特性曲线，近似表示响应——激励关系，有时也将此参考直线称为检测系统的工作直线。如果检测系统的实际特性和直线关系相差甚远，则常采取限制测量的量程，以确保系统工作在线性范围内，或者在仪器的结构或电路上采取线性化补偿措施，如设计非线性放大器或采取软件非线性修正等补偿措施。

选用什么样的曲线作为参考曲线，常用的方案有：

(1) 端点直线。将静态特性曲线上对应于量程上、下限的两点的连线作为工作直线。

(2) 端点平移线。平行于端点连线，且与实际静态特性（常取平均特性为准）的最大正偏差和最大负偏差的绝对值相等的直线。

(3) 最小二乘直线。直线方程的形式为  $y = a + bx$ ，且对于各个标定点  $(x_i, y_i)$  偏差的平方和  $\sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$  最小的直线。式中  $a$ 、 $b$  为回归系数，具有物理意义。

(4) 过零最小二乘直线。直线方程形式为  $y = bx$ ，且对各标定点  $(x_i, y_i)$  偏差的平方和  $\sum_{i=1}^n (y_i - bx_i)^2$  最小的直线。

(5) 高次多项式曲线。曲线方程形式为  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ ，式中系数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$  用最小二乘法得到。

(6) 人工神经网络。人工神经网络算法是一种通过模拟人脑处理信息功能的智能计算方法，它具有逼近任意连续有界非线性函数、自学习能力以及并行处理结构。所以，可以利用神经网络的这些特点，实现传感器的静态标定。在传感器的测量范围选取一定的输出和输出样本点，通过学习的方法建立传感器的静态传输特性，实现静态标定。

## 2.4 检测系统的动态特性

当被测参数随着时间变化时，测量装置处于动态测量状态。这种情况下，输入量与输出量之间的函数关系称为检测系统的动态特性。在动态测量的情况下，当输入量变化时，人们所观察到的输出量不仅受研究对象静态特性的影响，也受到测量装置动态特性的影响。如果检测系统的动态特性不能满足输入信号的要求，则输出量会出现失真现象。为此，必须对测量装置的动态特性有所了解，才能掌握不失真测试的条件。

由于输入量是时间的函数，因此输出量也随时间而变化。表示检测系统动态特性的指标通常有频域指标和时域指标。由频率响应特性可得到频域指标，主要有固有角频率、工作频带、相位角等。由系统的阶跃响应特性可得到时域指标，主要有时间常数、上升时间、响应时间和超调量等。



在研究动态特性时，为便于分析比较输入与输出的关系，常常采用正弦频率信号和阶跃信号作为输入信号进行讨论。

在动态测量中，检测系统本身应该力求是线性系统，这不仅因为目前只有对线性系统才能作比较完善的数学处理和分析，还因为在动态测试中进行非线性校正仍相当困难。要研究动态特性首先必须建立数学模型以便于用数学方法分析其动态响应，这要从测量装置的物理结构出发，根据其所遵循的物理定律，建立输入和输出关系的运动微分方程。然后在给定条件下求解，得到在任意输入激励下检测系统的输出响应。

### 2.4.1 动态数学模型

检测系统的动态特性可用数学模型来描述，主要有三种形式：时域中的微分方程、复频域中的传递函数、频率域中的频率响应函数。

#### 1. 微分方程

由于数学上的原因，在研究系统的动态响应特性时，一般都忽略检测系统的非线性和随机变化等复杂因素，将检测系统作为线性定常系统考虑，因而其动态模型可用常系数微分方程来表示，即：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

式中  $a_0, a_1, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_m$  ——取决于系统参数的常数，除  $b_0 \neq 0$  外， $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ 。

用微分方程作为数学模型的优点是：通过求解微分方程容易分清暂态响应与稳态响应；缺点是求解微分方程很麻烦，不便于对系统进行分析和设计。

#### 2. 传递函数

为简化运算，把式(2.15)变换成为易于处理的代数方程，定义为传递函数。其表达式为在初始条件为零时，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。对式(2.15)取拉氏变换，并认为输入  $X$  和输出  $Y$  及各阶倒数的初始值为零，其拉氏变换为：

$$Y(s)(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) = X(s)(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) \quad (2.16)$$

式中  $Y(s)$  ——系统输出量的拉氏变换；

$X(s)$  ——系统输入量的拉氏变换。

则输出  $Y$  和输入  $X$  之比为：

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0)}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0)} \quad (2.17)$$

$H(s)$  即为系统的传递函数，其分母中  $s$  的幂次  $n$  代表了系统微分方程的阶数。如  $n=1$  或  $n=2$  时，式(2.17)就分别称为一阶系统或二阶系统的传递函数。

传递函数有以下特点：①  $H(s)$  和输入无关，它只反映检测系统本身的特点，包含瞬态、稳态时间响应和频率响应的全部信息；②  $H(s)$  是通过把实际物理系统抽象成数学模型后经过

拉氏变换得到的；③  $H(s)$  只反映系统的响应特性，而与具体的物理结构无关；④同一个传递函数可能表征着两个具有相似传递特性的完全不同的物理系统。

### 3. 频率响应函数

由控制理论知，在初始条件为零时，输出  $y(t)$  的傅立叶变换  $Y(j\omega)$  和输入  $x(t)$  的傅立叶变换  $X(j\omega)$  之比为检测系统的频率响应函数，表示为：

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{(b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1(j\omega) + b_0)}{(a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0)} \quad (2.18)$$

$H(j\omega)$  称为线性系统的频率响应函数。它等于在初始条件为零的情况下，输出的傅立叶变换和输入的傅立叶变换之比。显然，它是传递函数的特例。

式 (2.17) 和式 (2.18) 在形式上很相似，但应注意两者的区别。传递函数是输出与输入拉氏变换之比，其输入并不仅限于正弦激励，所反映的特性不仅有稳态还有瞬态，而频率响应函数所反映的是系统对于正弦输入的稳态响应，即系统达到稳态后输出与输入的关系。

输出信号为正弦信号时，检测系统的响应称之为频率响应。因为频率响应函数可以较容易地通过实验的方法获得，因而成为应用最广泛的动态特性分析工具。当正弦信号输入一个线性检测系统时，其稳态输出是与输入同频率的正弦信号，但是输出信号的幅值和相位通常会发生变化，其变化随频率的不同而异。当输入正弦信号的频率改变时，输出、输入正弦信号的振幅之比随频率的变化称为检测系统的幅频特性，用  $A(\omega)$  表示；输出、输入正弦信号的相位差随频率的变化称为检测系统的相频特性，用  $\phi(\omega)$  表示。这两者统称为检测系统的频率响应特性，其具有明确的物理意义和重要的实际意义，利用它可以从频率域形象、直观、定量地表示检测系统的动态特性。

#### 2.4.2 典型检测系统的动态特性

为了便于研究动态特性，通常把检测系统简化成线性时不变系统（参数不随时间变化），建立常系数方程，根据微分方程最高阶数的差别进行分类。在工程测试领域中，大部分系统可理想化为单自由度的零阶、一阶和二阶系统，或者是上述环节组合而成。这样，分析了零阶、一阶和二阶系统的动态特性，就对各种检测系统的动态特性有了基本的了解，而不必一个个地分别研究。

##### 1. 零阶系统的动态特性

微分方程：

$$a_0 y(t) = b_0 x \quad (2.19)$$

传递函数：

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0} = K \quad (2.20)$$

式中  $K$ ——静态灵敏度。

可见零阶系统的输入无论随时间怎么变化，输出量的幅值总是与输入量成确定的比例关系，在时间上也无滞后，故又称比例环节或无惯性环节。在实际应用中，许多高阶系统在变化缓慢、频率不高的情况下，都可以近似为零阶环节。

## 2. 一阶系统的动态特性

一阶系统的动态特性主要有频率响应和阶跃响应。

(1) 一阶系统的频率响应。在工程上,一般将下式:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2.21)$$

视为一阶检测系统的微分方程的通式,它可以改写为:

$$\frac{a_1}{a_0} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{b_0}{a_0} x(t) \quad (2.22)$$

式中  $a_1/a_0$ ——传感器的时间常数,具有时间量纲,一般记为  $\tau$ ;

$b_0/a_0$ ——传感器的灵敏度  $S_n$ ,具有输出/输入的量纲。

对于任意阶检测系统来说,根据灵敏度的定义,  $b_0/a_0$  总是表示灵敏度的。由于在线性检测系统中灵敏度  $S_n$  为常数,在动态特性分析时,  $S_n$  只起着使输出量增加  $S_n$  倍的作用。因此,为了方便起见,在讨论任意检测系统时,  $S_n$  都采用 1,即:

$$S_n = \frac{b_0}{a_0} = 1 \quad (2.23)$$

这样灵敏度归一化后式(2.21)写成:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \quad (2.24)$$

这类检测系统的传递函数  $H(s)$ 、频率特性  $H(j\omega)$ 、幅频特性  $A(\omega)$ 、相频特性  $\phi(\omega)$  分别为:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (2.25)$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{\tau(j\omega) + 1} \quad (2.26)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}} \quad (2.27)$$

$$\phi(\omega) = -\text{arctg}(\tau\omega) \quad (2.28)$$

如图 2.5 所示的由弹簧阻尼器组成的机械系统属于一阶测量系统,其微分方程为:

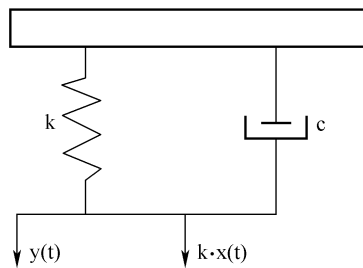


图 2.5 一阶传感器模型

$$c \frac{dy}{dx} + y(t) = kx(t) \quad \text{或} \quad \tau \frac{dy}{dx} + y(t) = x(t) \quad (2.29)$$

式中  $k$ ——弹性刚度;

$c$ ——阻尼系数;

$\tau$ ——时间常数,  $\tau = c/k$ 。

如图 2.6 所示为一阶检测系统的频率响应特性曲线, 从式 (2.27)、式 (2.28) 和图 2.6 可以看出, 时间常数  $\tau$  越小, 频率响应特性越好。

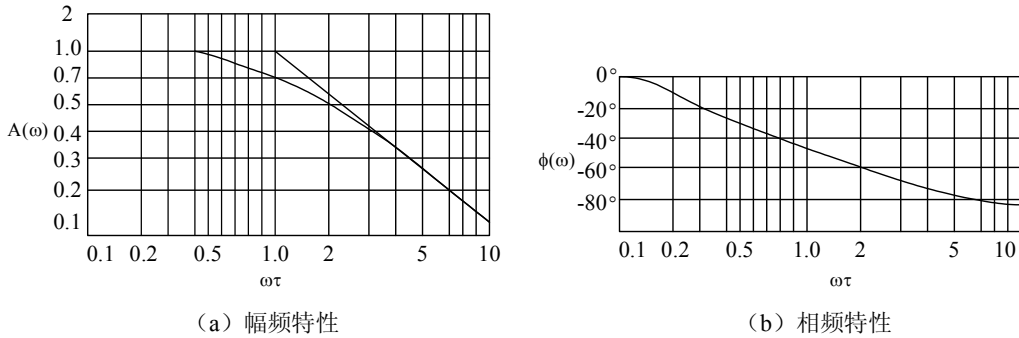


图 2.6 一阶检测系统的频率特性

当  $\omega\tau \ll 1$  时:

- 1)  $A(\omega) \approx 1$ , 表明检测系统输入与输出为线性关系。
- 2)  $\phi(\omega)$  很小,  $\text{tg}(\phi) \approx \phi$ ,  $\phi(\omega) \approx \omega\tau$ , 相位差与频率  $\omega$  呈线性关系。
- 3) 这时保证了检测是无失真的, 输出  $y(t)$  真实地反映输入  $x(t)$  的变化规律。

(2) 一阶检测系统的阶跃响应。阶跃输入信号的函数表达式为:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ A, & t > 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

式中  $A$ ——阶跃幅值。

阶跃函数  $x(t) = A$  的拉氏变换等于  $A/s$ , 将其代入一阶系统的传递函数式, 在此设定灵敏度  $K=1$ , 得:

$$Y(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)} \frac{A}{s} \quad (2.31)$$

将上式展开并作拉氏变换得:

$$y(t) = A(1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.32)$$

上式称为一阶系统的阶跃响应函数, 用曲线表示, 如图 2.7 所示, 在此设灵敏度  $K=1$ 。由图可见, 阶跃响应函数是指数曲线。初始值为零, 随着时间  $t$  的增加而增大, 逐渐趋近于最终值  $A$ 。可见, 从零到最终值这段时间, 总是存在输出与输入之间的差值, 该差值称为动态误差, 或称为过渡响应动态误差。

图 2.7 的指数变化率取决于常数  $\tau$ 。 $\tau$  值越大, 曲线越趋近于  $A$  的时间越长, 输出与输入的差值越大;  $\tau$  值越小, 曲线趋近于  $A$  的时间越短, 输出与输入的差值越小。可见,  $\tau$  值是决定一阶系统动态响应快慢的重要因素, 称为时间常数。当  $t = \tau$  时,  $y(t) = 0.63A$ , 即在  $\tau$  时刻的输出仅达到输入的 63%。当  $t = 3\tau, 4\tau, 5\tau$  时,  $y(t)$  分别为输入的 95%, 98%, 99%。通

常用达到最终值的 95% 或 98% 所需的时间  $3\tau$  或  $4\tau$  作为一阶系统响应快慢的指标。

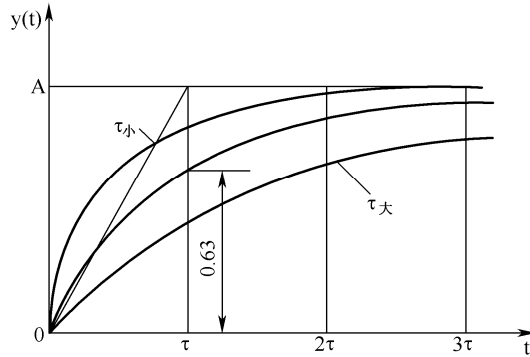


图 2.7 一阶系统的阶跃响应

### 3. 二阶系统的动态特性

(1) 二阶系统的频率响应。典型二阶检测系统的微分方程通式为：

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2.33)$$

其传递函数、频率响应、幅频特性和相频特性分别为：

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.34)$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (2.35)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (2.36)$$

$$\phi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.37)$$

式中  $\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$  ——检测系统的固有频率；

$\xi = a_1/2\sqrt{a_0 a_2}$  ——检测系统的阻尼比。

如图 2.8 所示的弹簧—质量—阻尼系统是一典型的二阶测量系统，其微分方程为：

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky(t) = kx(t) \quad (2.38)$$

可改写为：

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 x(t) \quad (2.39)$$

式中  $m$ ——系统运动部分的质量；

$c$ ——阻尼系数；

$k$ ——弹簧刚度；

$\omega_n$ ——系统的固有频率， $\omega_n = \sqrt{k/m}$ ；

$\xi$ ——系统的阻尼比， $\xi = c/c_c = c/2\sqrt{mk}$ ；

$c_c$ ——临界阻尼系数， $c_c = 2\sqrt{mk}$ 。

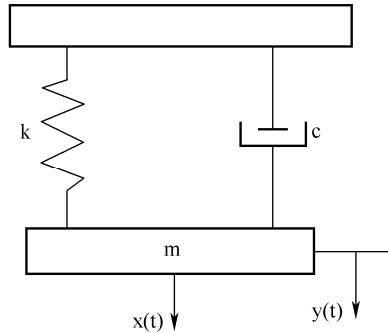


图 2.8 二阶检测系统模型

如图 2.9 所示为二阶测量系统的频率响应特性曲线，从式 (2.36)、式 (2.37) 和图 2.9 可见，测量系统的频率响应特性好坏，主要取决于系统的固有频率  $\omega_n$  和阻尼比  $\xi$ 。

$\xi < 1$ ,  $\omega_n \gg \omega$  时， $A(\omega) \approx 1$ ，幅频特性平直，输入与输出为线性关系； $\phi(\omega)$  很小， $\phi(\omega)$  与  $\omega$  为线性关系。

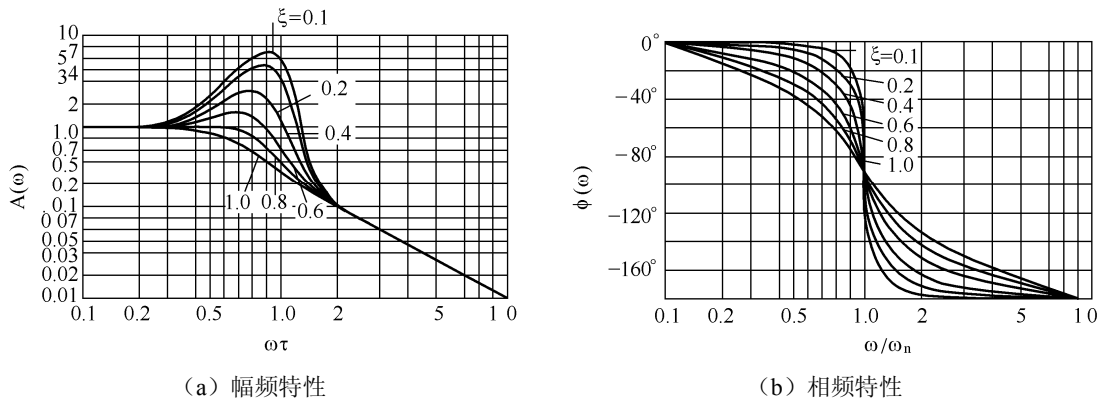


图 2.9 二阶检测系统的频率特性

此时，系统的输出  $y(t)$  真实准确地再现输入  $x(t)$  的波形，这是测试设备应有的性能。

通过上面的分析，可以得到这样的结论：为了使检测结果能精确地再现被测信号的波形，在设计检测系统时，必须使其阻尼比  $\xi < 1$ ，固有频率  $\omega_n$  至少应大于被测信号频率  $\omega$  的 3~5 倍，即  $\omega_n \geq (3 \sim 5)\omega$ 。

实践证明, 如果被测信号的波形与正弦波相差不大, 则被测信号谐波中最高频率  $\omega_{\max}$  可以用其基频  $\omega$  的 2~3 倍替代。在选用和设计检测系统时, 保证系统的固有频率  $\omega_n$  不低于被测信号基频的 10 倍即可, 即:

$$\omega_n \geq (3\sim 5) \times (2\sim 3)\omega \approx 10\omega \quad (2.40)$$

由以上分析可知: 为减小动态误差和扩大频响范围, 一般采取提高检测系统的固有频率  $\omega_n$  的方法, 提高  $\omega_n$  是通过减小系统运动部分质量和增加弹性敏感元件的刚度来达到。但刚度  $k$  增加, 必然使灵敏度按相应比例减小。所以, 在实际中应综合考虑各种因素来确定检测系统的特征参数。

阻尼比  $\xi$  是检测系统设计和选用时要考虑的另一个重要参数。  $\xi < 1$ , 为欠阻尼;  $\xi = 1$ , 为临界阻尼;  $\xi > 1$ , 为过阻尼。一般系统都工作于欠阻尼状态。

(2) 二阶系统的阶跃响应。二阶系统的阶跃响应具有以下特性:

1) 当阻尼比  $\xi < 1$  时, 二阶系统将出现衰减正弦振荡; 当  $\xi \geq 1$  时, 不出现振荡。无论哪种情况, 输出都要经过一段时间才能达到阶跃输入值, 这个过程称为动态过渡过程。任意时刻的输入与输出之差都称为动态误差。

2) 不同的  $\xi$  取值对应不同的响应曲线, 即  $\xi$  的大小决定了阶跃响应趋于最终值的时间长短,  $\xi$  值过大或过小, 趋于最终值的时间都过长。为了提高响应速度, 减少动态误差, 通常  $\xi$  值取在 0.6~0.8 之间。

3) 二阶系统的阶跃响应速度随固有角频率  $\omega_n$  的变化而变化, 当  $\xi$  一定时,  $\omega_n$  越大, 则响应速度越快;  $\omega_n$  越小, 则响应速度越慢。

由此可见, 固有角频率  $\omega_n$  和阻尼比  $\xi$  是二阶系统重要的特性参数。

检测系统过渡过程的时域性能指标, 通常是用单位阶跃输入信号作用下产生的时间响应曲线来表征。表征时域性能指标的主要参数有延迟时间  $t_d$ 、上升时间  $t_r$ 、峰值时间  $t_p$ 、响应时间  $t_s$  及超调量  $M\%$ , 如图 2.10 所示。

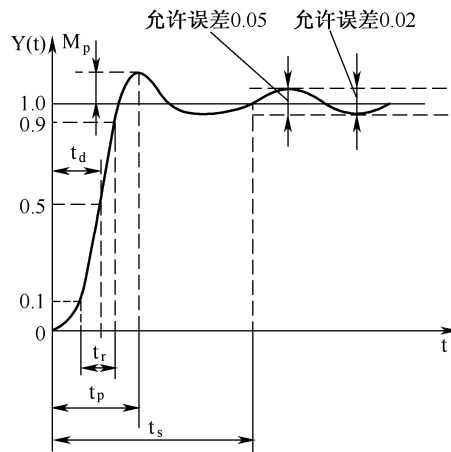


图 2.10 单位阶跃响应特性

图中各参数的定义如下:

- 延迟时间  $t_d$ : 单位阶跃响应曲线达到其终值的 50% 所需要的时间。
- 上升时间  $t_r$ : 单位阶跃响应曲线从它的终值的 10% 上升到终值的 90% 所需要的时间。
- 峰值时间  $t_p$ : 单位阶跃响应曲线从零开始超过其稳态值而达到第一个峰值所需要的时间。
- 响应时间  $t_s$ : 单位阶跃响应曲线达到并保持在响应曲线终值允许的误差范围内所需要的时间。
- 超调量  $M\%$ : 用下式表示:

$$M\% = \frac{y_m - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\% = \frac{M_p}{y(\infty)} \times 100\% \quad (2.41)$$

式中  $y_m$  —— 响应曲线最大值;

$y(\infty)$  —— 响应曲线终值, 即稳态值;

$M_p$  ——  $y_m$  与  $y(\infty)$  之差, 如图 2.10 所示。

以上 5 个动态特性指标基本上体现了二阶系统动态过渡过程的特征。在实际应用中, 常用的时域性能指标为上升时间  $t_r$ 、响应时间  $t_s$  及超调量  $M\%$ 。

### 2.4.3 动态特性参数的测定

测定检测系统动态特性参数的方法, 通常是用阶跃信号或正弦信号作为标准激励源, 分别测出阶跃响应曲线和频率响应曲线, 由此确定测量系统的时间参数、阻尼比和固有频率等参数。下面仅以阶跃信号为激励源来进行分析。

#### 1. 一阶检测系统时间常数 $\tau$ 的测定

一阶系统的动态特性参数即时间常数  $\tau$ , 要测定此参数, 只需测定一阶系统的阶跃响应曲线, 从响应曲线上测取输出值达到最终稳态值的 63% 所经过的时间即为时间常数  $\tau$ 。但这样测取的时间常数值, 因未考虑响应的全过程, 有时不能精确地确定  $t=0$  时的值, 所以结果很不准确。准确测定时间常数  $\tau$  可以采用下述方法:

根据式 (2.32), 当  $A=1$  时, 一阶系统的单位阶跃响应函数为:

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.42)$$

上式可以改写成:

$$1 - y(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.43)$$

对等式两边取对数得:

$$\ln[1 - y(t)] = -\frac{t}{\tau} \quad (2.44)$$

令  $z = \ln[1 - y(t)]$ , 则:

$$z = -\frac{t}{\tau} \quad (2.45)$$

可见,  $z$  与  $t$  呈线性关系。可根据阶跃响应曲线测得的  $y$  与  $t$  的关系做出  $z-t$  曲线, 如图 2.11 所示。从  $z-t$  曲线的斜率即可求得时间常数  $\tau$ , 即:



$$\tau = \frac{\Delta t}{\Delta z} \quad (2.46)$$

显然，这种方法考虑了瞬态响应的全过程。

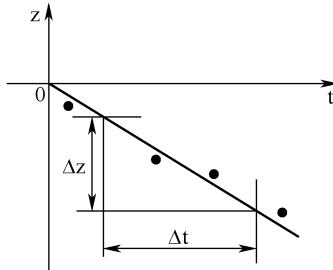


图 2.11 一阶系统时间常数的测定

## 2. 二阶系统阻尼比 $\xi$ 和固有角频率 $\omega_n$ 的测定

二阶系统的动态参数主要是阻尼比  $\xi$  和固有角频率  $\omega_n$ 。典型的欠阻尼 ( $\xi < 1$ ) 二阶系统的阶跃响应曲线如图 2.12 所示。

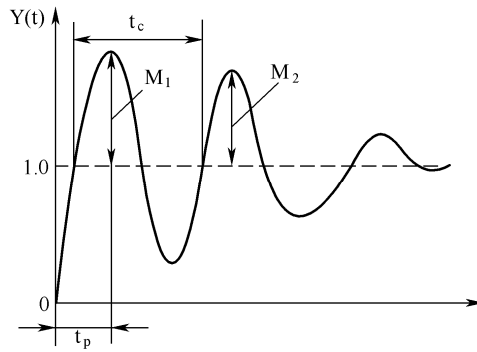


图 2.12 二阶系统阶跃响应曲线

理论分析表明它是以有阻角频率  $\omega_d$  作衰减振荡的， $\omega_d$  计算式为：

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad (2.47)$$

可求得最大超调量  $M_1$  与阻尼比  $\xi$  之间的关系为：

$$M_1 = e^{-\left(\frac{\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right)} \quad (2.48)$$

理论和经验都表明，阻尼比  $\xi$  越大，超调量  $M_1$  就越小，振荡波形的衰减就越快。

由式 (2.48) 整理后，可得：

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln M_1}\right)^2 + 1}} \quad (2.49)$$

由式 (2.47) 可得系统的固有角频率  $\omega_n$  为：

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.50)$$

用图 2.12 中的  $t_c$  ( $t_p = t_c / 2$ ) 带入上式, 得:

$$\omega_n = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}t_c} \quad (2.51)$$

从阶跃响应曲线测得  $t_p$  或  $t_c$ , 以及由式 (2.49) 计算出的  $\xi$  值, 一并代入式 (2.51) 中, 便可以求得二阶测量系统的固有角频率。

如果所测得阶跃响应瞬变过程较长, 可在二阶系统阶跃响应曲线上测得任意两个相隔的超调量, 利用这两个超调量来求阻尼比  $\xi$ 。

设任意两个超调量是  $M_i$  和  $M_{i+n}$ ,  $n$  为两个峰值间隔的整周期数, 则:

$$\xi = \frac{\delta_n}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi n^2}} \quad (2.52)$$

其中

$$\delta_n = \ln \frac{M_i}{M_{i+n}} \quad (2.53)$$

因此, 先从二阶系统阶跃响应曲线上量取相隔  $n$  个周期的两个超调量  $M_i$  和  $M_{i+n}$ , 然后代入计算  $\delta_n$ , 再将  $\delta_n$  值代入式 (2.52) 即可求得  $\xi$  值。

## 2.5 检测系统无失真测试条件

对于任何一个检测系统, 总是希望它们有很好的响应特性, 精度高、灵敏度高、输出波形无失真地复现输入波形等。但是要满足上述要求是有条件的。

设检测系统输出  $y(t)$  和输入  $x(t)$  满足下列关系:

$$y(t) = A_0 x(t - \tau_0) \quad (2.54)$$

式中  $A_0$  和  $\tau_0$  ——常数。

此式说明该系统的输出波形精确地与输入波形相似, 只不过对应瞬间放大了  $A_0$  和在时间  $t$  滞后了  $\tau_0$ , 输出的频谱 (幅频值和相位谱) 和输入的频谱完全相似。可见, 满足式 (2.54) 就可能使输出波形无失真地复现输入波形。

对式 (2.54) 取傅立叶变换得:

$$Y(j\omega) = A_0 e^{-j\tau_0\omega} X(j\omega) \quad (2.55)$$

可见, 若输出的波形要无失真地复现输出波形, 则检测系统的频率响应  $H(j\omega)$  应当满足:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = A_0 e^{-j\tau_0\omega} \quad (2.56)$$

即:

$$A(\omega) = A_0 = \text{常数} \quad (2.57)$$

$$\phi(\omega) = -\tau_0\omega \quad (2.58)$$

这就是说, 从精确地测定各频率分量的幅值和相位来说, 理想的检测系统的幅频特性应当是常数, 相频特性应当是线性关系, 否则就要产生失真。  $A(\omega)$  不等于常数所引起的失真称

为幅值失真,  $\phi(\omega)$  和  $\omega$  不是线性关系所引起的失真称为相位失真。

应该指出, 满足式 (2.57) 与式 (2.58) 的条件, 系统的输出仍滞后于输入一定的时间  $\tau_0$ 。如果检测的目的是精确地测出输入波形, 则上述条件完全可保证满足要求; 但在其他情况下, 如检测结果要用为反馈信号, 则上述条件是不充分的, 因为输出对输入时间的滞后可能破坏系统的稳定性, 这时  $\phi(\omega) = 0$  才是理想的。

从实现检测波形不失真条件和其他工作性能综合来看, 对一阶检测系统而言, 时间常数  $\tau$  愈小, 则响应愈快, 对斜坡函数的响应, 其时间滞后和误差将愈小, 对正弦输入的响应幅值增大。因此, 检测系统的时间常数  $\tau$  愈小愈好。

对于二阶检测系统来说, 其特性曲线中有两段值得注意。一般而言, 在  $\omega < 0.3\omega_n$  范围内,  $\phi(\omega)$  的数值较小, 而且  $\phi(\omega) - \omega$  特性接近直线。  $A(\omega)$  在该范围内的变化不超过 10%, 因此这个范围是理想的工作范围。在  $\omega > (2.5 \sim 3)\omega_n$  范围内,  $\phi(\omega)$  接近于  $180^\circ$ , 且差值很小, 如在实测或数据处理中用减去固定相位差值或把测试信号反向  $180^\circ$  的方法, 则也接近于可不失真地恢复被测信号波形。若输入信号频率范围在上述两者之间, 则系统的频率特性受阻尼比  $\xi$  的影响较大而需作具体分析。分析表明,  $\xi$  愈小, 检测系统对谐波输入响应的稳态误差  $2\xi/\omega_n$  愈小。但是对阶跃输入的响应, 随着  $\xi$  的减小, 瞬态振荡的次数增多, 过调量增大, 过渡过程增长。在  $\xi = 0.6 \sim 0.7$  时, 可以获得较为合适的综合特性。

## 2.6 动态误差修正

对于动态检测过程来讲, 若检测系统的动态响应特性不够理想, 不能迅速反映被测对象的变化, 则输出信号波形与输入信号波形相比会产生畸变, 导致系统存在动态误差。另外这种误差大小和输入信号的波形有关, 或与被测信号的频谱有关。显然这种误差不可能用简单的修正系数之类的方法去修正。动态误差形成的原因, 是因为检测系统动态特性的频带不够宽, 不足以覆盖测量信号中包含的所有频率分量, 而使部分高频分量受到不同程度的衰减造成的。由于被测信号波形是事先不能确切知道的, 这就是动态误差修正的特殊性。动态误差修正不可能像静态误差那样, 通过简单的叠加修正值或乘某一个修正系数, 而有其独特的方法。

### 2.6.1 频域修正方法

在已知检测系统的频率响应函数  $H(j\omega)$  的前提下, 通过对输出信号进行傅立叶变换而得到  $Y(j\omega)$ , 则不难得到输入的时域信号  $X(j\omega)$ , 即:

$$X(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{H(j\omega)} \quad (2.59)$$

对上式进行傅立叶逆变换即可得到输入的时域信号  $x(t)$ , 有:

$$x(t) = F^{-1}[X(j\omega)] = F^{-1}[Y(j\omega)/H(j\omega)] \quad (2.60)$$

从理论上讲,  $x(t)$  即为系统输入信号, 具有动态误差的输出信号  $y(t)$  经过正逆两个傅立叶变换运算后得到了修正。

由式 (2.60) 可知, 当分母  $H(j\omega) \rightarrow 0$  时, 该式就无意义, 即进行动态误差修正时只有在频率响应函数  $H(j\omega) \neq 0$  的频域里才是可行的。从物理上讲, 通过系统后完全消失掉的那些频

率分量就再也无法修正。事实上，即使没有完全消失，其幅度也将衰减到被噪声淹没的程度，此时修正已难以进行。该修正方法要求进行正逆两次傅立叶变换，尽管可以采用 FFT 算法，但计算工作量仍较大，而计算误差也将随之增大，此外，离散傅立叶变换所固有的混叠、泄漏和栅栏效应都会在这个修正过程中反映，并会形成修正误差。

### 2.6.2 时域修正方法

时域修正方法较多，在这里介绍数值微分法。若已知检测系统的微分方程，且输入信号  $x(t)$  没有导数项，即可用数值微分法进行修正，如二阶检测系统运动微分方程为：

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 x(t) \quad (2.61)$$

当已知系统的固有特性  $\xi$ 、 $\omega_n$  两参数后，只要对某个  $t_i$  值求出  $y(t)$  响应的一阶及二阶导数，代入上式就可以直接求得输入信号  $x(t_i)$ ，这就是数值微分法修正动态误差的基本思路。