

第2章 正弦交流电路

学习目标

知识目标

- 掌握正弦交流电的变化规律和表示方法。
- 掌握三相四线制供电系统中三相负载的正确连接方法，以及对称三相电路电压、电流的关系与计算。
- 熟悉电路基本定理的相量形式及阻抗、有功功率和功率因数等的计算。
- 了解串并联谐振的条件及特征。

能力目标

通过系统的学习和实训掌握交流电路的分析方法及交流电路参数的测试及数据分析等。

在现实生活中，照明和动力电路都是正弦交流电路。本章首先介绍正弦量的概念和正弦量的表示方法，然后讨论单一参数的交流电路，在此基础上研究较为复杂的正弦交流电路和感性负载功率因数的提高等问题，最后介绍三相交流电动势的产生、三相电源和三相负载的连接及安全用电技术等知识。

2.1 正弦交流电及其表示法

2.1.1 正弦交流电的概念

大小和方向随时间作正弦规律变化的电流叫正弦交流电流。如图 2-1 (a) 中流过电阻 R 的电流 i 是正弦交流电流，它随时间变化的波形用示波器显示出来为如图 2-1 (b) 所示的正弦曲线。含正弦交流电源的电路称为正弦交流电路，正弦交流电路中的物理量还有正弦交流电压、正弦交流电动势等，它们统称为正弦交流电。

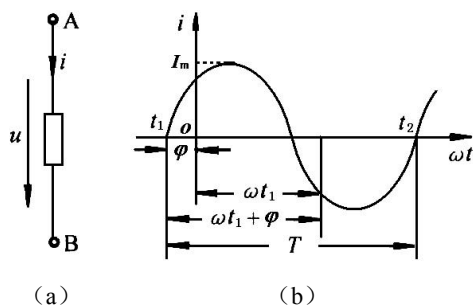


图 2-1 正弦量及电流的波形

按正弦规律变化的物理量称为正弦量，正弦电压、正弦电动势和正弦电流具有正弦量的特点，常统称为正弦量。正弦量是最简单的周期量，一个正弦量可以用一个正弦函数式来表示，如图 2-1 (a) 中的正弦交流电的电流 i 、电压 u 和电动势 e 可表示为

$$\left. \begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \varphi) \\ u &= U_m \sin(\omega t + \varphi) \\ e &= E_m \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 I_m (U_m 或 E_m) 叫交流电的幅值， ω 叫交流电的角频率， φ 叫交流电的初相位， I_m (U_m 或 E_m)、 ω 和 φ 都是常数，所以正弦交流电是时间 t 的函数。幅值、角频率和初相位称为正弦量的三要素。

1. 瞬时值、幅值和有效值

正弦量的大小是随时间变化，它在任一瞬间的值叫做瞬时值，瞬时值用英文小写字母表示，如 i 、 u 、 e 等。正弦量的最大值叫幅值，幅值用大写字母加脚标 m 表示，如 I_m 、 U_m 、 E_m 等。

幅值不能反映正弦交流电在电路中的其他效应，故在工程实际中，根据电流的热效应引入了有效值的概念：如果一个直流电量和一个交流电量分别通过同一个电阻后在相同的时间里产生的热量相等，那么该直流电量就叫该交流电量的有效值。有效值的符号是用英文大写字母表示，如 I 、 U 、 E 等。

据上所述有效值可表示为：周期量瞬时值的平方在一个周期中积分后的周期平均值的平方根。如电流的有效值是 $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ ，将 $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ 代入 I ，可得 $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ 。同理可得

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}。$$

一般所说的交流电压 220V 或 380V，交流电流 10A 或 200mA 指的都是有效值。交流用电器的额定电压和额定电流都是用有效值表示。

2. 周期、频率和角频率

周期是指正弦量完成一次周期性变化所需要的时间，周期通常用 T 表示，单位是秒 (s)，它表示了正弦量变化的快慢。在图 2-1 (b) 中，从 t_1 到 t_2 的这段时间就表示正弦电流 i 的一个周期。

频率是指单位时间里完成周期性变化的次数，一般用 f 表示，它的单位是赫兹 (Hz)。由周期和频率的定义可知，周期和频率互为倒数，即

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{或} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2-2)$$

由式 (2-2) 得

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (2-3)$$

正弦量在单位时间里变化的弧度叫角频率，用 ω 表示，其单位为弧度·秒⁻¹ (rad·s⁻¹)。

周期、频率与角频率都用来反映正弦量变化的快慢。

3. 相位、初相位和相位差

正弦量表示式中的 $(\omega t + \varphi)$ 叫做正弦量在 t 时刻的相位角，简称相位，它能表示正弦交流电在任意时刻所处的状态，单位是弧度。

把 $t = 0$ 时的相位 φ 称为初相位, 简称初相。它表示物体在起始时刻正弦量的取值。

两个同频率正弦量的相位角之差就是相位差。若 $i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1)$, $i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2)$, 则 i_1 、 i_2 的相位差 $\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$ 。

可以看出两个正弦量的相位差等于它们的初相位之差。如果 $\varphi > 0$ 称 i_1 超前 i_2 , $\varphi < 0$ 称 i_1 滞后 i_2 , 如图 2-2 (a) 所示是 i_1 超前 i_2 的情况; 如果 $\varphi = 0$, 表示两个正弦量同时达到零值和最大值, 这种情况叫做两个正弦量同相, 如图 2-2 (b) 所示为两个正弦电流 i_1 、 i_2 同相时的波形; 如果 $\varphi = \pm\pi$, 表示两个正弦量的变化完全相反, 这种情况叫做两个正弦量反相, 如图 2-2 (c) 所示为两个正弦电流 i_1 、 i_2 反相时的波形。

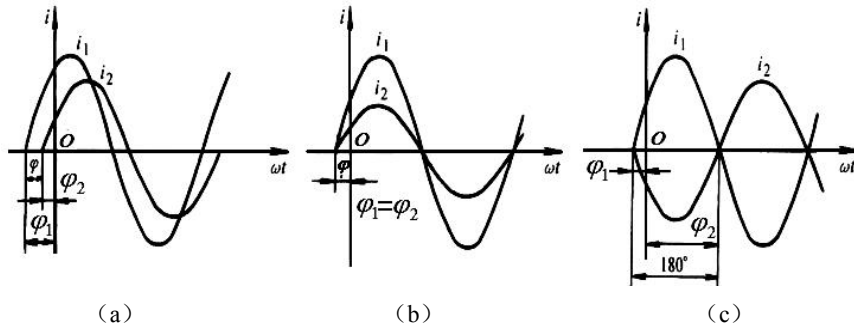


图 2-2 正弦交流电的相位差

2.1.2 正弦量的相量表示法

正弦量的三角函数表示法和波形表示法都是正弦量的直接表示形式, 但这两种表示法难以对电路进行分析计算。为了便于正弦交流电路的分析计算, 下面将介绍正弦量的相量表示法。

1. 正弦量的相量表示法

可以把任意一个正弦量用复平面中的一个矢量来表示。该矢量的长度等于正弦量的最大值, 它绕原点旋转的角速度等于正弦量的角频率, 它与实轴的夹角等于正弦量的初相。这种矢量与空间矢量的意义不同, 它在图中的方向并不代表空间方向, 而是代表正弦量的相位。故把这个能表示正弦量的矢量叫做相量, 也叫几何相量。一般用 \dot{I}_m 、 \dot{U}_m 和 \dot{E}_m 分别表示电流相量、电压相量和电动势相量。

在任一时刻, 旋转相量在虚轴上的投影值的大小等于同一时刻正弦量的瞬时值, 所以旋转相量可表示正弦量, 图 2-3 表示了这种对应关系。

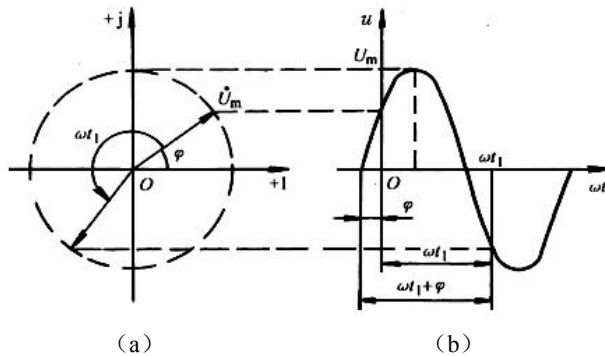


图 2-3 正弦交流电的相量及其对应的波形图

因为复平面的矢量可以用一个复数来表示，矢量在实轴和虚轴上的投影分别表示这个复数的实部和虚部，矢量与实轴的夹角表示复数的幅角，所以正弦量也可以用一个复数来表示，该复数的模等于正弦量的最大值，幅角等于正弦量的初相。表示正弦量的复数也叫相量。

一般复数有以下几种表示形式：三角函数式、极坐标式、指数式和代数式。如正弦量 $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ 可表示为以下几种形式：

(1) 三角函数式： $\dot{I}_m = I_m (\cos \varphi + j \sin \varphi)$

(2) 极坐标式： $\dot{I}_m = I_m \angle \varphi$

(3) 代数式： $\dot{I}_m = a + jb$ (其中 $a = I_m \cos \varphi$ 、 $b = I_m \sin \varphi$)

(4) 指数式： $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}$

所以相量有两种形式：一是几何形式即旋转矢量，二是解析形式即复数。相量和正弦量一样也有三个要素：模、幅角、角速度，它们与所表示的正弦量的三要素幅值、初相、角频率对应且相等。

2. 同频正弦量相量的运算

当正弦量用几何相量表示时，相量的加减运算可利用平行四边形法则进行；当用复数形式表示时，用复数的代数式表示较方便。

例 2-1 已知 $\dot{I}_1 = I_m \angle 60^\circ A = (4\cos 60^\circ + j4\sin 60^\circ)A$ ， $\dot{I}_2 = I_m \angle (-30^\circ)A = [3\cos(-30^\circ) + j3\sin(-30^\circ)]A$ ，求 $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = ?$

解法一（用作图法） 首先用相量表示 \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 ，然后使用平行四边形法则把二相量相加所得相量即是所求相量 \dot{I} 。如图 2-4 所示，图中 \dot{I} 为所求。

解法二（用复数法）

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (4\cos 60^\circ + j4\sin 60^\circ) + [3\cos(-30^\circ) + j3\sin(-30^\circ)] = 5 \angle 23.1^\circ A$$

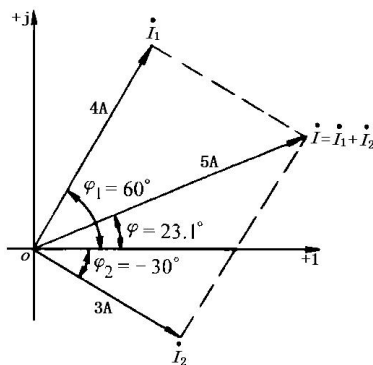


图 2-4 例 2-1 图

课堂互动

1. 已知电流 $i = 20\sqrt{2}\sin(628t + 30^\circ)A$ ，试求：该电流的幅值、有效值、角频率、频率及初相位。

2. 已知正弦电压 $u_1 = 380\sqrt{2}\sin 314tV$ ， $u_2 = 380\sqrt{2}\sin(314t - 120^\circ)V$ ，试求 u_1 、 u_2 之间的相位差。

2.2 单一参数的正弦交流电

用来表示电路或电路元件特性的物理量称为电路的参数，电阻 R 、电容 C 和电感 L 是交流电路的三个基本参数。本节主要讨论在不同单一参数正弦交流电路中电压、电流的关系以及消耗功率的情况。

2.2.1 电阻元件的交流电路

1. 电压和电流的关系

如图 2-5 (a) 所示通过电阻元件的电流为：

$$i = I_m \sin \omega t \quad (2-4)$$

则电阻两端的电压是：

$$u = Ri = RI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t \quad (2-5)$$

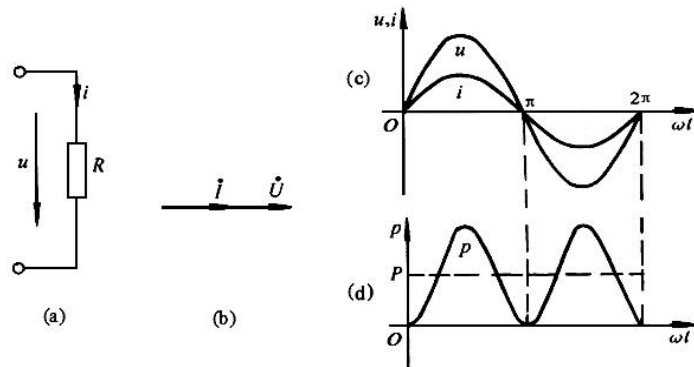
可见电压 u 也是正弦量。由以上两式可得：

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = R \quad (2-6)$$

由以上三式可得出结论：正弦交流电路中电阻元件上电压和电流是同频率、同相位的正弦量，电压和电流的最大值或有效值之比等于 R 。电阻元件上电压和电流的初相总是相同的。电压、电流的波形图如图 2-5 (c) 所示。

据前面的讨论知：若电阻上的电流相量是 $\dot{I} = I \angle 0^\circ$ ，那么它两端的电压相量是 $\dot{U} = U \angle 0^\circ$ ，其中 $U = RI$ ，电压电流的相量之比是

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = R \quad (2-7)$$



(a) 纯电阻电路；(b) 相量图；(c) 波形图；(d) 功率波形

图 2-5 纯电阻电路

2. 电阻上消耗的功率

因为电流是随时间变化的，所以电阻消耗的功率也是随时间变化的。

(1) 瞬时功率。在电阻上每一瞬间消耗的功率称为瞬时功率，根据瞬时功率的定义，电阻元件的瞬时功率为

$$p = ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = U_m I_m \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) = UI(1 - \cos 2\omega t) \quad (2-8)$$

从式(2-8)可以看出, 瞬时功率有两个分量: 一个是直流分量, 另一个是交流分量, 交流分量的频率是电流频率的两倍。还可以看出: 瞬时功率 $p \geq 0$, 说明电阻是耗能元件, 它的能量转换具有不可逆性。瞬时功率的波形如图 2-5 (d) 所示。

(2) 平均功率。瞬时功率在一个周期内的平均值叫平均功率, 也叫有功功率, 通常用大写字母 P 表示, 电阻元件的平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI(1 - \cos 2\omega t) dt = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (2-9)$$

从式(2-9)可以看出: 当交流电路中的电压和电流都用有效值表示时, 那么电阻平均功率的计算公式与直流电路中电阻功率的计算公式一致。单位也是瓦 (W)。

2.2.2 电感元件的交流电路

1. 电压和电流的关系

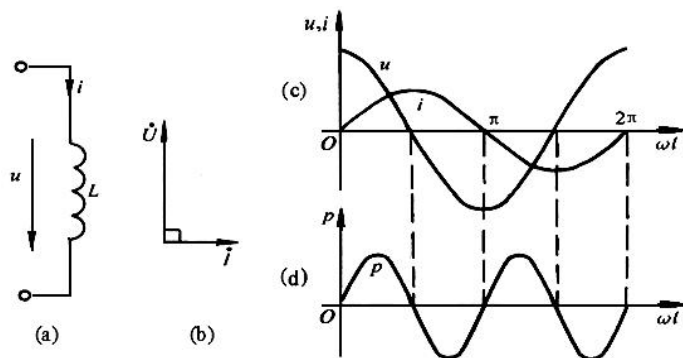
如图 2-6 (a) 所示通过电感元件的电流为 $i = I_m \sin \omega t$, 则电感元件两端的电压为:

$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (2-10)$$

可见电压也是正弦量。由以上两式可得:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \omega L \quad (2-11)$$

从式(2-10)和(2-11)可得出结论: 正弦交流电路中电感元件上电压和电流是同频正弦量, 电压和电流的最大值和有效值之比等于 ωL 。电压与电流的相位差是 90° , 电压超前于电流 90° 。电压、电流的波形如图 2-6 (c) 所示。



(a) 纯电感电路; (b) 相量图; (c) 波形图; (d) 功率波形

图 2-6 纯电感电路

电感元件上电压、电流有效值之比叫做元件的感抗, 单位是欧姆 (Ω), 用 X_L 表示, 即

$$X_L = \frac{U}{I} = \omega L = 2\pi fL \quad (2-12)$$

感抗反映了线圈自感电动势抵抗正弦电流变化的作用, 其大小与频率 f 、电感 L 成正比。 f 越大, L 越大, 对交流电的阻碍作用就越大。当 $f = 0$ 时, 即处于直流状态, $X_L = 0$, 电感对直流电相当于短路, 故电感有“通直流, 阻交流”和“通低频, 阻高频”的作用。

电感元件上电压电流的相量如图 2-6 (b) 所示。电压电流相量之比是

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle 90^\circ}{I \angle 0^\circ} = \frac{U}{I} \angle 90^\circ = \frac{U}{I} e^{j90^\circ} = jX_L \quad (2-13)$$

2. 功率

根据电压、电流的变化规律和相互关系来分析电感与电源间进行什么样的能量交换。

(1) 瞬时功率。电感的瞬时功率等于通过电感上的电流和电感两端电压的瞬时值乘积, 即

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m \sin(\omega t + 90^\circ) \cdot I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ &= \frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (2-14)$$

可见, 在正弦交流电路中, 电感的瞬时功率按正弦规律变化, 其幅值是电压、电流有效值的乘积, 频率是电流频率的两倍。

功率波形如图 2-6(d) 所示, 由波形图可以看出, 在电流的第一个和第三个 $1/4$ 周期, $p > 0$, 即电感吸收电功率; 在电流的第二个和第四个 $1/4$ 周期, $p < 0$, 即电感发出电功率。所以说明在正弦交流电路中电感元件可将电能和磁场能进行相互转换。

(2) 平均功率。电感瞬时功率在一个周期内的平均值叫平均功率。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0 \quad (2-15)$$

电感的平均功率等于 0, 说明在交流电路中只存在电感与电源间的能量交换, 而不存在能量的消耗。

(3) 无功功率。为了衡量电感在交流电路中对能量的转换能力, 引入了电感无功功率的概念, 与电源交换的那部分功率的幅值叫做无功功率, 用 Q 表示, 单位为乏 (Var)。

$$Q_L = \frac{1}{2} U_m I_m = UI = I^2 X_L = \frac{U^2}{X_L} \quad (2-16)$$

值得注意的是无功功率是表示电感元件对能量的转换能力, 不能理解为无用功率, 因为一切感性元件都需要一定的无功功率才能工作。

例 2-2 已知电感线圈接在 24V 的工频电源上, 电感为 0.2H, 求: ①线圈的感抗; ②电流有效值 I ; ③无功功率。

解: ①线圈的感抗为

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.2 = 62.8\Omega$$

②电流有效值为

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{2\pi fL} = \frac{24}{62.8} = 0.38\text{A}$$

③无功功率为

$$Q_L = UI = 24 \times 0.38 = 9.12\text{Var}$$

2.2.3 电容元件的交流电路

1. 电压和电流的关系

已知电容元件上的电压为

$$u = U_m \sin \omega t \quad (2-17)$$

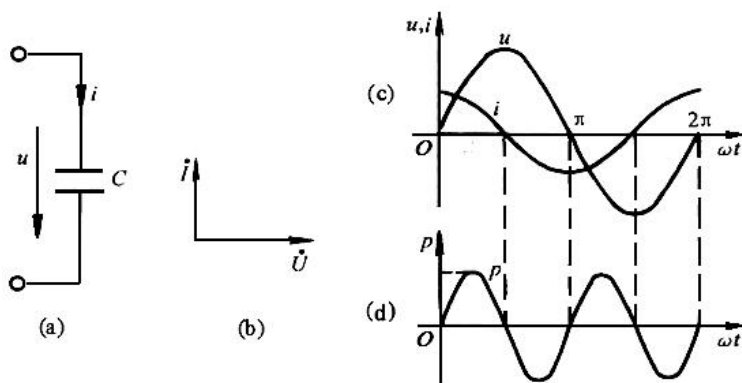
根据电容的定义, 电路中的电流为

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \frac{dU_m \sin \omega t}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \omega C U_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (2-18)$$

令 $I_m = \omega C U_m$, 上式可写成

$$i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (2-19)$$

从式(2-17)和(2-19)可得出结论: 正弦交流电路中电容元件上电压和电流是同频的正弦量。它们的最大值和有效值之比等于 $\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$; 电压与电流的相位差是 -90° , 即电压滞后于电流 90° 。电压电流的波形如图 2-7(c) 所示。



(a) 纯电容电路; (b) 相量图; (c) 波形图; (d) 功率波形

图 2-7 纯电容电路

电容元件上电压电流有效值之比叫做电容的容抗, 用 X_C 表示, 单位为欧姆 (Ω), 即

$$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (2-20)$$

容抗反映电容元件在正弦交流电路中对电流的阻碍作用。容抗与频率成反比, 频率越高, 其容抗越小。当 $f \rightarrow \infty$ 时, $X_C \rightarrow 0$; $f \rightarrow 0$ 时, $X_C \rightarrow \infty$ 。故电容有“通交流, 阻直流”和“通高频, 阻低频”的作用。

电压电流的相量图如图 2-7(b) 所示。电压相量与电流相量之比是

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle 0^\circ}{I \angle 90^\circ} = \frac{U}{I} \angle -90^\circ = X_C \angle -90^\circ = jX_C \quad (2-21)$$

2. 功率

根据电压、电流的变化规律和相互关系来分析电容与电源间进行什么样的能量交换。

(1) 瞬时功率。电容元件的瞬时功率

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m I_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\ &= \frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (2-22)$$

可见, 在正弦交流电路中, 电容的瞬时功率也按正弦规律变化, 其幅值是电压电流有效值的乘积, 频率是电压频率的两倍。

功率波形如图 2-7(d) 所示, 从波形图可以看出, 在电压的第一个和第三个 $1/4$ 周期, $p > 0$, 即电容吸收电功率; 在电压的第二个和第四个 $1/4$ 周期, $p < 0$, 即电容发出电功率。所以正

弦交流电路中电容器不断充电放电, 进行着能量转换。

总之电容、电感只有先从外部吸收电能, 并将其以电场能或磁场能的形式储存起来, 然后才能将储存的能量再转变成电能发出, 所以说它们是储能元件, 它们的能量转换是可逆的。

(2) 平均功率。电容瞬时功率在一个周期内的平均值叫平均功率。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0 \quad (2-23)$$

平均功率等于零, 说明电容元件不消耗功率。

(3) 无功功率。为了衡量电容元件在交流电路中对能量的转换能力, 引入了电容的无功功率, 电容的无功功率是其瞬时功率的幅值, 用 Q_C 表示, 单位是乏 (Var)。

$$Q_C = \frac{1}{2} U_m I_m = UI = I^2 X_C = \frac{U^2}{X_C} \quad (2-24)$$

同样电容的无功功率是表示它对能量的转换能力, 不能理解为无用功率。

例 2-3 已知 220V、100W 的日光灯上并联的电容器为 $8\mu\text{F}$, 求: (1) 电容的容抗; (2) 电容电流的有效值; (3) 电容的无功功率。

解: (1) 电容的容抗为

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 8 \times 10^{-6}} \Omega = 398 \Omega$$

(2) 电容电流的有效值为

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{220}{398} = 0.553 \text{ A}$$

(3) 电容的无功功率为

$$Q_C = UI_C = 220 \times 0.553 = 121.7 \text{ Var}$$

2.3 电阻、电感、电容串联和并联交流电路

实际的交流电路, 往往由两个或两个以上参数组成, 如某些电子设备的电路常常有电阻、电容和电感元件。所以本节将讨论由电阻、电感、电容串并联组成的电路两端的电压和电流的关系及其消耗电功率的情况。

2.3.1 电阻、电感、电容串联的交流电路

1. 电压和电流的关系

电阻、电感、电容元件串联电路如图 2-8 所示, 设其中的电流

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (2-25)$$

电流在各元件上产生的电压相量分别为 \dot{U}_R 、 \dot{U}_L 、 \dot{U}_C , 各元件电压电流的相量关系是

$$\dot{U} = R \cdot \dot{I} \quad \dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I} \quad \dot{U}_C = -jX_C \cdot \dot{I}$$

由基尔霍夫第二定律得:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

上式的有效值相量式为:

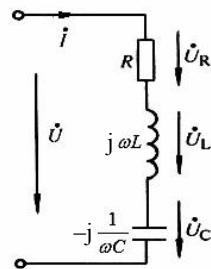


图 2-8 RLC 串联电路

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R \cdot \dot{I} + jX_L \cdot \dot{I} - jX_C \cdot \dot{I} = \dot{I}[R + j(X_L - X_C)] \quad (2-26)$$

电流相量是 $\dot{I} = I \angle \varphi_1$ ，设电压初相为 φ_u ，则电压相量是 $\dot{U} = U \angle \varphi_u$ 。将 \dot{U} 、 \dot{I} 相量代入式 (2-26) 得：

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle \varphi_u}{I \angle \varphi_1} = \frac{U}{I} \angle (\varphi_u - \varphi_1) = R + j(X_L - X_C) = Z = |Z| \angle \varphi \quad (2-27)$$

式 $\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z$ 叫做复数形式的欧姆定律。式中 $Z = R + j(X_L - X_C)$ 叫做 RLC 串联电路的复阻抗，单位是欧姆 (Ω)，表示电阻、电感和电容对交流电的综合阻碍作用。注意，式中的 Z 不是相量，因为它由电路的频率和各元件的参数决定，而与时间无关。 $\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$ 叫做阻抗角，令 $X = X_L - X_C$ ，则 X 叫做电路中的电抗，从而 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ ， $\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{X}{R}$ 。

相量图中 \dot{U} 、 \dot{U}_R 、 \dot{U}_X 三个相量组成的直角三角形叫电压三角形，如图 2-9 (b) 所示。 $|Z|$ 、 R 、 X 三者的大小关系可用一个直角三角形来表示。这个直角三角形叫阻抗三角形，如图 2-9 (c) 所示。

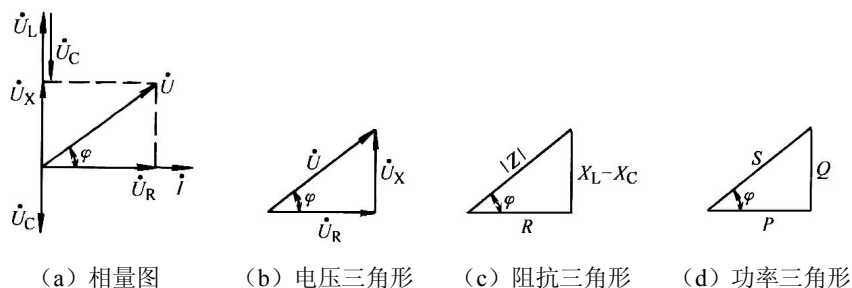


图 2-9 RLC 串联电路

当 $X_L > X_C$ 时，电压超前于电流，电路是感性的；当 $X_L < X_C$ 时，电压滞后于电流，电路是容性的；当 $X_L = X_C$ 时，电路呈纯电阻性，这种现象称为串联谐振。

2. 电路的功率

(1) 瞬时功率。设电流初相为 0，即 $i = I_m \sin \omega t$ ，则

$$\begin{aligned} p &= ui = p_R + p_L + p_C = u_R i + u_L i + u_C i \\ &= I_m \sin \omega t \cdot U_m \sin \omega t + I_m \sin \omega t \cdot U_{Lm} \cos \omega t - I_m \sin \omega t \cdot U_{Cm} \cos \omega t \\ &= U_R I (1 - \cos 2\omega t) + U_X I_X \sin 2\omega t \end{aligned} \quad (2-28)$$

(2) 平均功率。平均功率就是瞬时功率在一个周期内的平均值，即：

$$P = \int_0^T p dt = U_R I = RI^2 = UI \cos \varphi \quad (2-29)$$

该式说明平均功率就是电路中电阻消耗的功率，所以平均功率又称有功功率。式中 $\cos \varphi$ 叫做功率因数，常用 λ 表示。

(3) 无功功率。RLC 串联电路中有电感和电容，电路要与外部进行能量交换，整个电路与外部交换的瞬时功率的最大值为无功功率 Q ，为

$$Q = UI \sin \varphi \quad (2-30)$$

当 $Q > 0$ 时，电路为感性的；当 $Q < 0$ 时，电路为容性的。

(4) 视在功率。总电压有效值与电流有效值的乘积定义为视在功率，它表示交流电源可能输出的最大有功功率。视在功率用 S 表示，单位是伏安 (VA)，即

$$S = UI \quad (2-31)$$

电路的视在功率 S 、有功功率 P 和无功功率 Q 之间的关系为：

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (2-32)$$

S 、 P 、 Q 三者的大小关系可用一个直角三角形来表示，这个三角形叫功率三角形，如图 2-9 (d) 所示。

例 2-4 在 RLC 串联电路中，已知 $R = 200\Omega$ ， $L = 0.7\text{H}$ ， $C = 32\mu\text{F}$ ，电源电压 $u = 220\text{V}$ 。求：①复阻抗模；②电流 I ；③ U_R 、 U_L 、 U_C ；④ S 、 P 、 Q 。

解：① 复阻抗

$$X_L = 2\pi fL = 314 \times 0.7\Omega \approx 220\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{314 \times 32 \times 10^{-6}}\Omega \approx 100\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{200^2 + (220 - 100)^2} \approx 233\Omega$$

② 电流 I

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{233}\text{A} = 0.94\text{A}$$

③ U_R 、 U_L 、 U_C

$$U_R = IR = 0.94 \times 200 = 188\text{V}$$

$$U_L = IX_L = 0.94 \times 220 = 207\text{V}$$

$$U_C = IX_C = 0.94 \times 100 = 94\text{V}$$

④ S 、 P 、 Q

$$S = UI = 220 \times 0.94 = 207\text{VA}$$

$$P = U_R I = UI \cos \varphi = UI \frac{R}{|Z|} = 220 \times 0.94 \times 0.86 = 178\text{W}$$

$$Q = UI \sin \varphi = UI \frac{X_L - X_C}{|Z|} = 220 \times 0.94 \times 0.52 = 108\text{Var}$$

2.3.2 电阻、电感、电容并联的交流电路

1. 电压和电流的关系

电阻、电感、电容元件并联电路如图 2-10 (a) 所示，设并联电路两端的正弦交流电压的瞬时值为

$$U = U_m \sin \omega t \quad (2-33)$$

则总电流为各元件通过的正弦电流的瞬时值的代数和，为

$$i = i_R + i_L + i_C = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (2-34)$$

上式的相量式表示为

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C \quad (2-35)$$

电流相量图如图 2-10 (b) 所示。由电流相量 \dot{I} 、 \dot{I}_R 和 $\dot{I}_L + \dot{I}_C$ 所组成的三角形叫电流三角形，如图 2-10 (c) 所示。

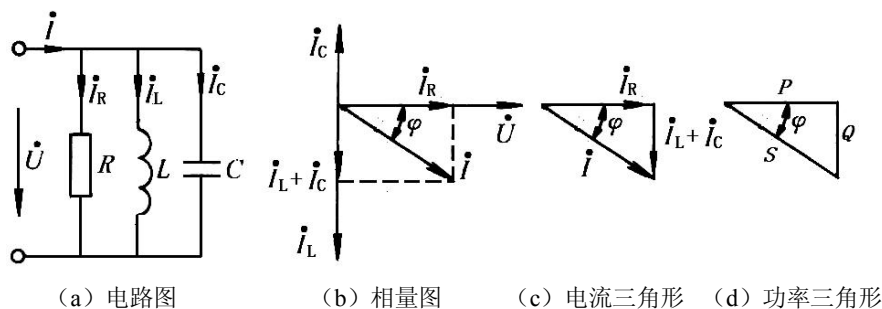


图 2-10 RLC 并联的交流电路

由电流三角形可得总电流的有效值为

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_L} - \frac{U}{X_C}\right)^2} = \frac{U}{Z} \quad (2-36)$$

其中 $Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$ ，称为 RLC 并联电路的等效阻抗。总电流和电压的相位差

$$\text{为 } \varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{I_L - I_C}{I_R}。$$

2. 电路的功率

把电流三角形的三边分别乘以电压即可得到功率三角形，如图 2-10 (d) 所示，图中角 φ 是总电流与总电压的相位差角。

RLC 并联电路的有功功率、无功功率和视在功率的计算公式与 RLC 串联电路相同，即 $P = U_R I = UI \cos \varphi$ ， $Q = UI \sin \varphi$ ， $S = UI$ 。

有功功率、无功功率和视在功率的关系为： $S^2 = P^2 + Q^2$ 。

2.3.3 功率因数的提高

下面主要研究提高功率因数的意义和方法。

1. 提高功率因数的意义

交流电路中 $\cos \varphi$ 叫做功率因数，式中 φ 是负载电压与电流的相位差，它是由负载的性质（复阻抗）决定的。

功率因数低会产生两个问题：一是因为电源提供的电流 $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$ ，功率因数越低，电流越大，从而线路和设备上的能量损失越大；二是功率因数越低，电路取用的有功功率 $P = UI \cos \varphi$ 就越小，无功功率 $Q = UI \sin \varphi$ 就越大，则电路中能量交换规模越大，供电设备的容量得不到充分利用。

所以提高功率因数可以充分利用供电设备的容量，提高其利用率，并能减少电能的损耗。

2. 提高功率因数的方法

提高功率因数采用的主要方法是在感性负载两端并联适当容量的电容器，如图 2-11 所示。

注意，所谓提高功率因数是和感性负载并联电容后提高了电源供电的功率因数，减小了电源供电线路上电流的无功功率，而有功功率保持不变，从而使供电总电流减小。

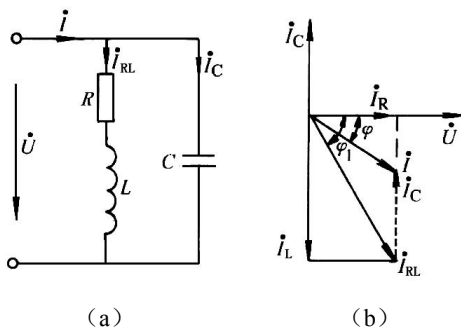


图 2-11 提高功率因数图例

3. 并联电容的选取

由图 2-11 可得： $i_C = i_{RL} - i$ ，通过推导可得：

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi_{RL} - \operatorname{tg} \varphi) \quad (2-37)$$

这里 C 值为所需并联的电容器的电容量。为了充分发挥设备的潜力，减少线路的功率损失，要求高压供电的工业企业的平均功率因数不低于 0.95，其他单位不低于 0.9。

例 2-5 某负载额定容量为 100kVA，出线端额定电压为 380V，额定电流为 263A。

① 若负载在供电功率因数 $\cos \varphi = 0.5$ 的情况下额定运行，求此时负载输出的有功功率和无功功率。

② 若负载输出的有功功率不变，而供电功率因数提高到 $\cos \varphi = 0.9$ ，求这时负载输出的实际电流。

解：① 额定（即满载）运行时的有功功率及无功功率。

$$P = S_N \cos \varphi = 100 \times 0.5 = 50 \text{ kW}$$

$$Q = \sqrt{S_N^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 87 \text{ kVAR}$$

② $\cos \varphi = 0.9$ 时的电流。

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{50 \times 10^3}{380 \times 0.9} = 146 \text{ A}$$

$$S = UI = 380 \times 146 = 55.5 \text{ kVA} < S_N$$

从此例看出在有功功率不变，提高功率因数时，可降低总电流，这样负载没有满载，说明还可以增加用户的供电，提高了利用率。

课堂互动

1. 对于感性负载，能否采取串联电容器的方式提高功率因数？
2. 提高功率因数的意义和方法是什么？

2.3.4 谐振电路

在有电容和电感元件的交流电路中，由于容抗和感抗的大小随频率相反变化，如果改变电源的频率或电路的参数，可使电路总电抗等于零，电路中的总电流与总电压同相位，电路呈纯电阻性，这种现象称为谐振现象，此时的电路称为谐振电路。

谐振电路在工程实际中的应用十分广泛，谐振电路可分为串联谐振和并联谐振，下面将

讨论它们的谐振条件和特征。

1. 串联谐振

(1) 谐振条件。在RLC串联电路中，当电路两端的电压和通过电路的电流同相时，发生谐振现象，串联谐振电路图和相量图如图2-12所示，此时电路中的电流为

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{\dot{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

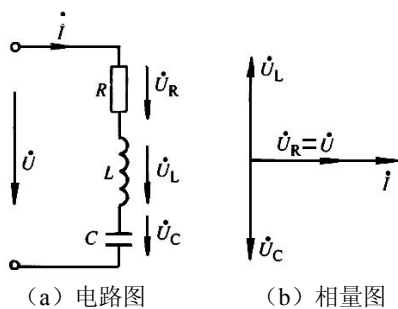


图 2-12 串联谐振电路

如果 $X_L = X_C$ ，即 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时，电路就产生谐振现象。我们把电路产生谐振时的角频率和频率分别称为谐振角频率和谐振频率，用 ω_0 和 f_0 表示，有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2-38)$$

或

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2-39)$$

可见，当改变电源频率或改变电路参数 L 、 C 时都可能出现谐振现象。 f_0 仅与电路的参数有关，叫做电路的固有谐振频率。

(2) 谐振的基本特征。

1) 阻抗。如果将 X_L 、 X_C 随频率变化的关系曲线画在同一个坐标中，如图2-13所示，则两曲线相交点所对应的频率就是谐振频率 f_0 ，这时 $X_L - X_C = 0$ ，阻抗为 $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$ ，且为最小值。

也就是说当 $f = f_0$ ，电路发生串联谐振时，阻抗最小，且为纯电阻性。这是串联谐振的特征之一。

2) 电流。电路处于谐振状态时，电路中的电流 $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$ 为最大，此时电流用 I_0 表示， $I_0 = \frac{U}{R}$ 。

电流最大是串联谐振电路的又一特征。

3) 电压。串联谐振时电阻上的电压等于电源电压。串联谐振时电阻上的电压用 U_{R0} 表示，电容和电感上的电压分别用 U_{L0} 和 U_{C0} 表示，则有

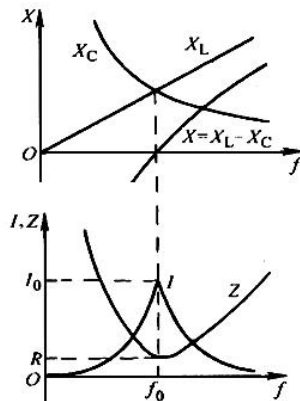


图 2-13 串联谐振曲线

$$\left. \begin{aligned} U_{R0} &= I_0 R = \frac{U}{R} R = U \\ U_{L0} &= I_0 \omega_0 L = \frac{U}{R} \omega_0 L = \frac{\omega_0 L}{R} U \\ U_{C0} &= I_0 \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{U}{R} \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\omega_0 C R} U \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

串联谐振时电容或电感上的电压与总电压之比叫做电路的品质因数，用 Q 表示，即

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (2-41)$$

这时 $U_{L0} = U_{C0} = QU$ ，即串联谐振时电感和电容上的电压相等，并为电源电压的 Q 倍，所以这种谐振又称为电压谐振。这也是串联谐振电路的主要特征之一。品质因数是一个无量纲的量，大小与元件参数有关，一般可达几十或几百。

4) 功率。在谐振状态时，电路呈纯电阻性，总的有功功率为 $P = \frac{U^2}{R}$ ，总的无功功率为零，但电感和电容彼此之间存在着能量交换。

2. 并联谐振

(1) 谐振条件。在如图 2-14 (a) 所示的 RLC 并联电路中，电路发生谐振时呈纯电阻性，总电流与电源电压同相位，此电路的等效阻抗为：

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_C - I_L} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \quad (2-42)$$

当 Z 为无穷大时， $I = 0$ ，这时电路的状态称为并联谐振，所以谐振的条件是： $X_L = X_C$ ，即 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ，此时谐振频率为

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2-43)$$

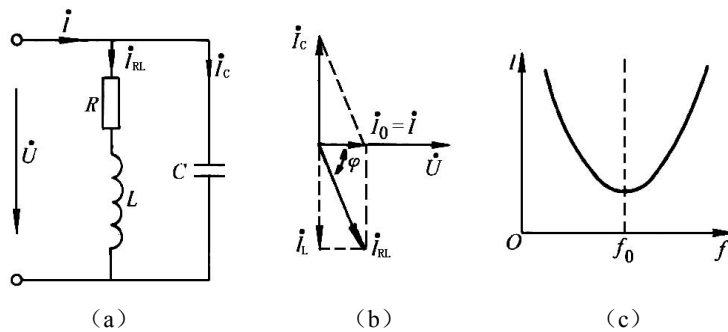


图 2-14 RLC 并联谐振

(2) 谐振的基本特征。

1) 阻抗。电路发生并联谐振时，电路的阻抗等于电路两端的电压与电路总电流的比值，如图 2-14 (b) 所示， $I_0 = I_{RL} \cos \varphi$ ， $Z_{RL}^2 = X_L X_C = \frac{2\pi f L}{2\pi f C} = \frac{L}{C}$ ，所以有

$$Z_0 = \frac{U}{I_0} = \frac{U}{I_{RL} \cos \varphi} = \frac{U}{\frac{U}{Z_{RL}} \cdot \frac{R}{Z_{RL}}} = \frac{L}{RC} \quad (2-44)$$

由此可见，在谐振情况下电路呈纯电阻性，电路阻抗最大。

2) 电流。在电路发生并联谐振时总电流为：

$$I = I_0 = \frac{U}{Z_0} \quad (2-45)$$

由于阻抗最大，所以此时电流最小。并联谐振电路的电流曲线如图 2-14 (c) 所示。

当 $R \ll \omega_0 L$ 时，并联谐振时各支路的电流为

$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \approx I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{Z_0 I_0}{X_L} = \frac{X_C}{R} I_0 = Q I_0 \quad (2-46)$$

同理有
$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{Z_0 I_0}{X_C} = \frac{X_L}{R} I_0 = Q I_0 \quad (2-47)$$

其中
$$Q = \frac{X_C}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (2-48)$$

Q 也叫做电路的品质因数。 R 越小， Q 值越大，发生并联谐振时流过电感和电容元件的电流有可能远远大于电路总电流，所以并联谐振又称为电流谐振。

知识链接

串联谐振的应用

串联谐振在无线电工程上的应用较多，常用来选择信号和抑制干扰，这种功能在无线电工程中可用于电台的选择。如图 2-15 所示为一收音机输入电路，其作用是将需要收听的信号从天线所收到的不同频率信号中选出来。输入电路是由天线线圈 L_1 和互感线圈 L_2 及可变电容 C 组成的串联谐振电路，天线接收到的各种不同频率的信号都会在 LC 谐振电路中感应出电压或电流，当信号频率 f_a 和电路的固有谐振频率 f_b 相等时电路中的电流最大，电容 C 两端的电压也最高。其他频率的信号虽然也被天线接收，但由于他们没有达到谐振，在电路中引起的电流很小。如果改变电路参数，如调节可变电容 C ，就可以使电路对某一频率产生谐振，从而可以收到不同电台的广播，这就是收音机的调谐过程。

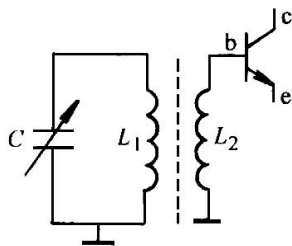


图 2-15 收音机的调谐电路图

并联谐振的应用

为得到高质量的 X 线影像，要求 X 线管产生时管电流必须稳定准确。为此灯丝电路必须设置稳压器，从而获得一个稳定的加热电压、稳定的加热温度、稳定的管电流。在医用 X 线

机中多采用谐振式磁饱和稳压器。谐振式磁饱和稳压器在次级饱和铁心上绕制一个由线圈 L_4 ，并与电容 C 组成谐振单元，如图 2-16 所示。调节 L_4 的匝数获得一定的频率，使该频率与供电电源频率相等，则振荡单元发生谐振，由于谐振电流很大，使次级铁心很快达到饱和点，降低了磁化电流，减少了电源能耗，提高了稳压器的效率。谐振式磁饱和稳压器的稳压性能较好，当电源电压发生 $\pm 20\%$ 变化时，输出电压的波动不超过 $\pm 1\%$ 。但该稳压器对电源频率要求严格，必须和 L_4C 组成的振荡频率相同。

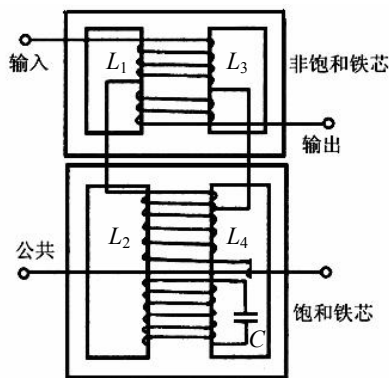


图 2-16 谐振式磁饱和稳压器结构

课堂互动

1. 判断以下各式是否正确，为什么？

① 纯电阻电路中， $i = \frac{u}{R}$ ， $I = \frac{U}{R}$ 。

② 纯电感电路中， $i = \frac{U}{\omega L}$ ， $I = \frac{U_m}{\omega L}$ 。

③ 纯电容电路中， $U_C = \frac{I}{\omega C}$ ， $P = U_C I$ 。

2. 串联谐振和并联谐振的特征分别是什么？

2.4 三相交流电路

三相制系统在发电、输电以及电能转换方面都具有明显的优越性，所以目前世界上的电能生产、传输大多采用三相电路形式。本节将讨论三相交流电动势的产生、三相电源、三相负载和安全用电技术，其中主要介绍三相负载的连接方法。

2.4.1 三相交流电源

1. 三相电动势的产生

三相电动势是由三相交流发电机产生的。如图 2-17 所示是三相发电机结构示意图，它主要由电枢和磁极两部分组成。

当转子以角速度 ω 匀速旋转时，定子上三个绕组中将分别感应出频率相同、幅值相等的正弦电动势，分别记作 e_A 、 e_B 、 e_C 。它们的参考方向选定为绕组的末端指向首端。因为三个

绕组的空间位置互相间隔 120° ，所以三个电动势相互间有着 120° 的相位差。若以 A 相电动势为参考量，则三相电动势可表示为

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

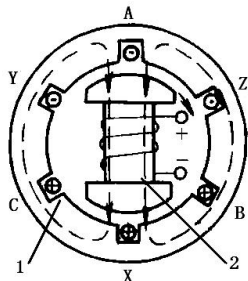
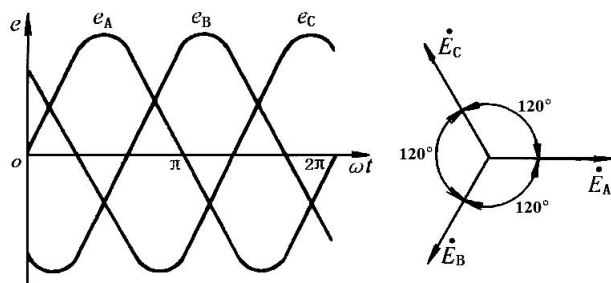


图 2-17 三相交流发电机的结构示意图

三相电动势具有幅值相等、频率相同、彼此相位互差 120° 的特点，这种电动势称为三相对称电动势，其波形图和相量图如图 2-18 所示。



(a) 波形图

(b) 相量图

图 2-18 三相电动势的波形图和相量图

由波形图、相量图可以得出：三相对称电动势的瞬时值之和或相量之和为零，即

$$\left. \begin{aligned} e_A + e_B + e_C &= 0 \\ \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

三相电动势达到最大值的先后顺序叫相序。在图 2-17 中，若以 A 相为第一项，当转子顺时针旋转时，相序为 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ ，称为顺序；若转子逆时针旋转，相序为 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ ，称为逆序。

2. 三相交流电源绕组的连接

三相交流电源绕组的连接方式有两种：星形连接法和三角形连接法。这里主要介绍星形连接法。

星形连接法如图 2-19 (a) 所示，把三个绕组的末端连在一起，此连接点称为中点或零点，用 O 表示，从中点引出的线称为中线或零线。从各绕组的首端即 A、B、C 端引出的线称为相线，俗称火线。因为此接法有四根输出线，所以称为三相四线制供电方式。

相线与中线间的电压称为相电压，其有效值用 U_p (U_A 、 U_B 、 U_C) 表示。任意两条相线

之间的电压称为线电压，其有效值用 U_L (U_{AB} 、 U_{BC} 、 U_{CA}) 表示。三相电源绕组星形连接时线电压与相电压的关系为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A \end{aligned} \right\} \quad (2-51)$$

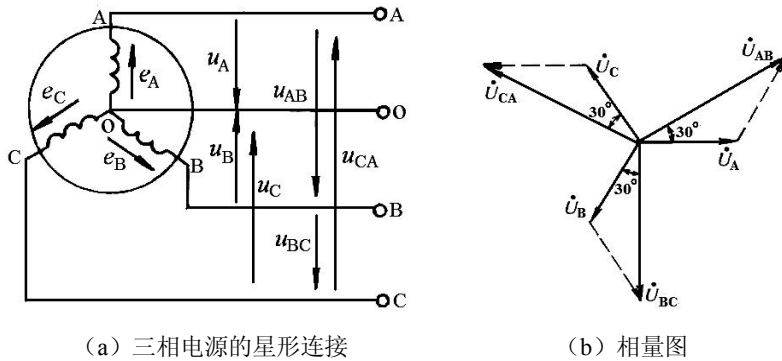


图 2-19 三相电源的星形连接和相量图

以 \dot{U}_A 为参考相量，线电压与相电压的相量图如图 2-19 (b) 所示，可以看出线电压比相电压超前 30° ，其大小由相量三角形得：

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= U_A \cos 30^\circ = \sqrt{3}U_A \\ \dot{U}_{BC} &= U_B \cos 30^\circ = \sqrt{3}U_B \\ \dot{U}_{CA} &= U_C \cos 30^\circ = \sqrt{3}U_C \end{aligned} \right\} \quad (2-52)$$

由以上分析知三相电源的相电压对称时线电压也对称，相位超前于相应相电压 30° ，线电压的有效值是相应相电压有效值的 $\sqrt{3}$ 倍，即

$$U_L = \sqrt{3}U_P \quad (2-53)$$

总之，三相电源采用星形连接的三相四线制供电时能为负载提供两种电压：相电压和线电压。相电压是 220V，线电压为 380V。

2.4.2 三相负载的连接

三相负载可以是三相用电器，如三相交流电动机等，也可以是单相用电器的组合，如照明灯具，把单相用电器和三相用电器统称为三相负载。三相负载的连接方式也有两种：星形连接和三角形连接。

1. 三相负载的星形连接

将三相负载的三个末端连在一起，三个首端分别接于电源的三根相线上，这种连接方式称为负载的星形连接，如图 2-20 所示。

三相负载的阻抗分别是 Z_A 、 Z_B 、 Z_C ，各电压电流方向如图所示，则它们承受电源的相电压分别为 \dot{U}_A 、 \dot{U}_B 、 \dot{U}_C ，各相负载中流过的电流分别是

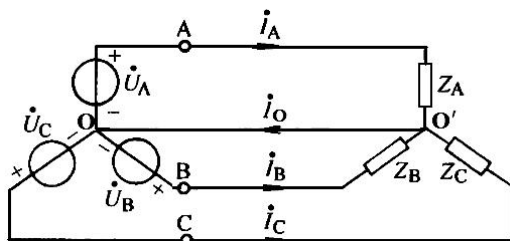


图 2-20 负载的星形连接

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_A} \\ i_B &= \frac{\dot{U}_B}{Z_B} \\ i_C &= \frac{\dot{U}_C}{Z_C} \end{aligned} \right\} \quad (2-54)$$

流过每相负载的电流为相电流，其有效值用 I_p 表示；流过每根相线的电流为线电流，其有效值用 I_L 表示。当负载星形连接时，各线电流就是对应的相电流，即

$$I_L = I_p \quad (2-55)$$

根据基尔霍夫电流定律，中线电流

$$\dot{I}_O = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \quad (2-56)$$

在实际应用中，三相负载有两种类型：对称负载和不对称负载。

(1) 三相对称负载的星形连接。三相负载阻抗完全相同称为对称负载，即

$$Z_A = Z_B = Z_C = |Z| \angle \varphi \quad (2-57)$$

三相对称负载接于三相对称电源中，产生对称电流。将式 (2-57) 代入式 (2-55)，并设 \dot{U}_A 为参考量，得

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{U_p}{|Z| \angle \varphi} = I_p \angle (-\varphi) \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{U_p \angle (-120^\circ)}{|Z| \angle \varphi} = I_p \angle (-\varphi - 120^\circ) \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{U_p \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi} = I_p \angle (-\varphi + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (2-58)$$

因为三相对称电路中三个相电流对称，所以计算时只需求出一相电流，其余两相可根据对称关系写出，并且中线电流有

$$\dot{I}_O = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \quad (2-59)$$

中线电流为零，故在负载对称的三相电路中中线可以省去，成为三相三线制，如图 2-21 所示。

(2) 三相不对称负载的星形连接。三相负载不完全相同称为不对称负载。不对称负载星形连接应采用三相四线制，这样可以把不对称的三相负载看成三个单相负载。注意当三相负载不对称时，中线电流不为零，因此中线不能省去。为确保中线的的作用，中线上不能接熔断器或开关。

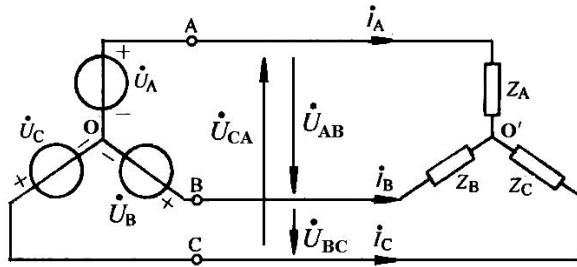


图 2-21 对称负载星形连接的三相三线制

2. 三相负载的三角形连接

三相负载的三角形连接如图 2-22 (a) 所示, 把每相负载都接在相应的两根端线之间, 所以负载的相电压等于电源的线电压, 即

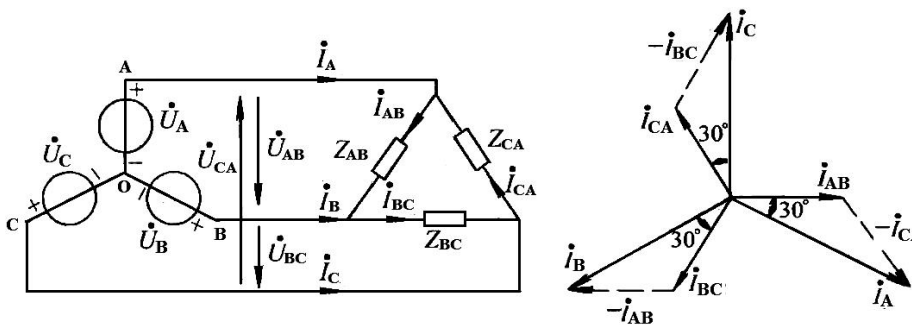
$$U_p = U_L \quad (2-60)$$

下面只讨论对称负载的情况。三相负载对称时, $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z = |Z| \angle \varphi$, 若设 $\dot{I}_{AB} = I_p \angle 0^\circ \text{ A}$, 则各相电流为

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = I_p \angle (-120^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = I_p \angle 120^\circ \text{ A}$$

因为 \dot{U}_{AB} 、 \dot{U}_{BC} 、 \dot{U}_{CA} 为对称三相电压, 所以 \dot{I}_{AB} 、 \dot{I}_{BC} 、 \dot{I}_{CA} 也是对称三相电流, 它们的有效值为 $I_p = \frac{U_{AB}}{|Z|}$, 相位差为 120° 。



(a) 三相负载的三角形连接

(b) 相量图

图 2-22 负载的三角形连接

三角形连接的三相负载电路中, 线电流与相电流的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \end{aligned} \right\} \quad (2-61)$$

由式 (2-61) 作出各相电流和线电流的相量图, 如图 2-22 (b) 所示。可以看出各线电流也是对称的, 相位比相应的相电流滞后 30° , 其大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍, 即

$$I_L = \sqrt{3} I_p \quad (2-62)$$

所以在计算对称负载三角形连接的三相电路时，只要计算其中的一相电流，其余两相电流及线电流可根据对称关系直接写出。

对于不对称负载，因为三相阻抗不相等，所以各相电流也不再对称，线电流与相电流之间也不再具有固定的大小和相位关系，因此不对称负载的电流只能逐相分别计算。

在实际电工应用中，三相负载究竟采用哪种连接，应根据每相负载的额定电压与电源电压的关系来定，而与电源的连接方式无关。在我国的低压三相配电系统中，线电压一般为380V，例如一台三相异步电动机各相绕组的额定电压若为220V时，该电动机应采用星形连接；若各相绕组的额定电压为380V时，应采用三角形连接。

2.4.3 三相电路的功率

无论三相负载对称与否，也无论负载作星形连接还是三角形连接，三相电路总的有功功率都等于各相有功功率之和，即

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C \quad (2-63)$$

当负载对称时，各相的有功功率是相等的，所以总的有功功率为

$$P = 3U_P I_P \cos \varphi \quad (2-64)$$

在三相对称电路中，负载星形连接时， $U_L = \sqrt{3}U_P$ ， $I_L = I_P$ ；负载三角形连接时， $U_L = U_P$ ， $I_L = \sqrt{3}I_P$ ，所以无论负载是星形连接还是三角形连接，都有

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi \quad (2-65)$$

因为在电工实际应用中线电压或线电流的测量方便，而且三相负载铭牌上标的额定值也是线电压和线电流，所以式(2-65)是计算有功功率的常用公式，但需要注意该公式只适用于对称三相电路。

同理，对于对称三相负载，总的无功功率和视在功率分别为

$$Q = 3U_P I_P \sin \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi \quad (2-66)$$

$$S = 3U_P I_P = \sqrt{3}U_L I_L \quad (2-67)$$

2.5 安全用电技术

电能的使用为人类带来了极大的方便，但若不能安全使用，也能给人类带来灾难。为了更好地利用电能，减少事故，我们必须掌握一些安全用电的常识和技术。

2.5.1 安全用电常识

通过人体的电流若达几十毫安时往往会使人麻痹而不能自觉脱离电流，因此通过人体的电流一般不能超过7~10mA，当通过人体的电流在30mA以上时就会引起人身伤害甚至死亡，这种现象称为触电。当人体触及36V以下的电压时，一般情况下不会在人体中产生危险电流，所以通常规定36V以下的电压为安全电压。当在潮湿的环境中时，如坑道内施工、锅炉内检修时应使用更低的24V或12V电压。

常见的触电情况如图2-23所示，图(a)为双线触电，此时人体承受的是电源线电压，这是很危险的一种情况；图(b)是电源中性点接地时的单线触电，人体承受电源相电压，这也很危险；图(c)表示电源中性点不接地，若人体触及系统中的一相，由于导线与大地之间存在

分布电容，电流会经人体和另外两相分布电容构成通路，所以也是很危险的。

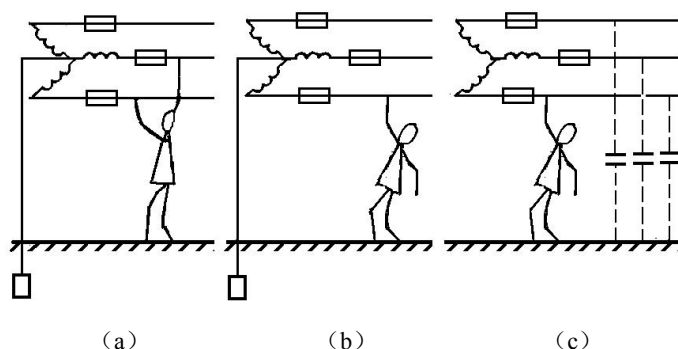


图 2-23 常见的人体触电情况

2.5.2 防止触电的安全技术

通常电器设备的金属外壳是不带电的，如果绝缘被破坏或带电导体碰壳，外壳就会带电，当人体触及壳体时就可能触电。为了防止触电事故的发生，必须采取以下措施：

(1) 使用安全电压。对人体可能接触的电器设备应尽量使用 36V 以下的安全电压，如行灯、机床照明灯使用的电压都是 36V；对于工作电压大于安全电压而人体又不可避免会触及的电气设备，必须采取接地保护或接零保护。

(2) 接地保护。把电动机、铁壳开关、变压器等电器设备的金属外壳用电阻足够小的导线同接地电极连接起来的方式称为接地保护。接地保护适用于中性点不接地的供电系统，如图 2-24 (a) 所示。

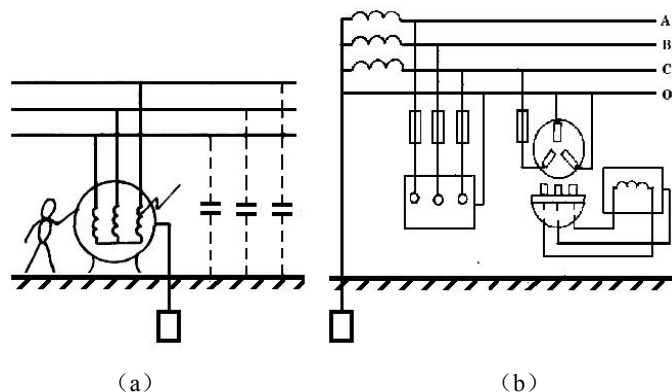


图 2-24 接地保护和接零保护

因为电器设备外壳通过接地体与大地有良好的接触，所以当人体触及带电外壳时，人体相当于与接地体并联，由于人体电阻远远大于接地体电阻 R_0 （规定不大于 4Ω ），所以几乎没有电流流过人体，从而避免了触电事故。

(3) 接零保护。把电器设备的外壳和电源的零线接起来，称为接零保护。接零保护适用于中性点接地的供电系统，如图 2-24 (b) 所示。

当设备发生碰壳事故时，相电压经过机壳到零线形成单相短路，该短路电流迅速将故障相熔丝熔断，切断电源，保障了人身安全。

金属外壳的单相电器，如电冰箱、电饭煲之类的家用电器，必须使用三孔插座和三脚插头，把用电器的外壳用导线接到插脚上，并通过插座与零线连接，如图 2-24 (b) 所示。这些电器使用时外壳若能接零，则可保证人体触及时不会触电。

还应该注意，在同一电路中，不允许一部分设备接地，而另一部分设备接零。例如有些医用 X 线机中高压变压器中心抽头需要采用工作接地，那么此 X 线机就不能再采用接零保护，而只能采用与大地连通的接地保护。

(4) 利用各种联锁、信号、标志。电器设备设置联锁装置，当设备的防护罩打开时，能自动切断连在其上的电源，防止触电；在危险的场合设置光、声等信号报警或标志；在检修线路时，应于接通电源前告知他人。

2.5.3 电气火灾及防火措施

(1) 引起电气火灾的原因。当电路或电气设备因受潮或老化使其绝缘程度降低时，会造成漏电起火；电路过载甚至短路时熔丝未起作用，造成线路和设备温升过高，使绝缘熔化燃烧等都是电气火灾的重要原因。

(2) 防止电气火灾的安全措施。

- 不私拉乱接电线，避免造成短路。
- 要有良好的过热、过电流保护，不能随意增加用电设备，以免造成线路超负荷运行。

2.5.4 发生触电及电气火灾的急救措施

当有触电或电气火灾等事故时，首先应切断电源，拉闸时要用绝缘工具。

对已脱离电源的触电者要用人工呼吸或胸外心脏挤压法进行现场抢救，但千万不能打强心针。

在发生火灾不能及时断电的场合，应采用不导电的灭火剂（如四氯化碳、二氧化碳干粉等）带电灭火。如用水灭火，则必须切断电源或穿上绝缘鞋。

学习小结和学习内容

一、学习小结

(1) 学习正弦交流电首先要弄清正弦量的三要素幅值、周期和初相的物理意义；弄清有效值、相位、相位差等概念；知道周期、频率、角频率之间的关系。

(2) 掌握正弦量的相量表示法，正确理解相量的特点和意义；学会用相量法分析计算交流电路。

(3) ①幅值相等、频率相同、相位彼此相差 120° 的电动势称为三相对称电动势。三相电源采用三相四线制向外供电时，可提供两种电压：相电压和线电压，它们都是对称的。

②三相负载的连接方式有星形和三角形两种，当负载额定电压等于电源线电压时应采用三角形连接；当负载额定电压等于电源线电压的 $1/\sqrt{3}$ 时，应采用星形连接。

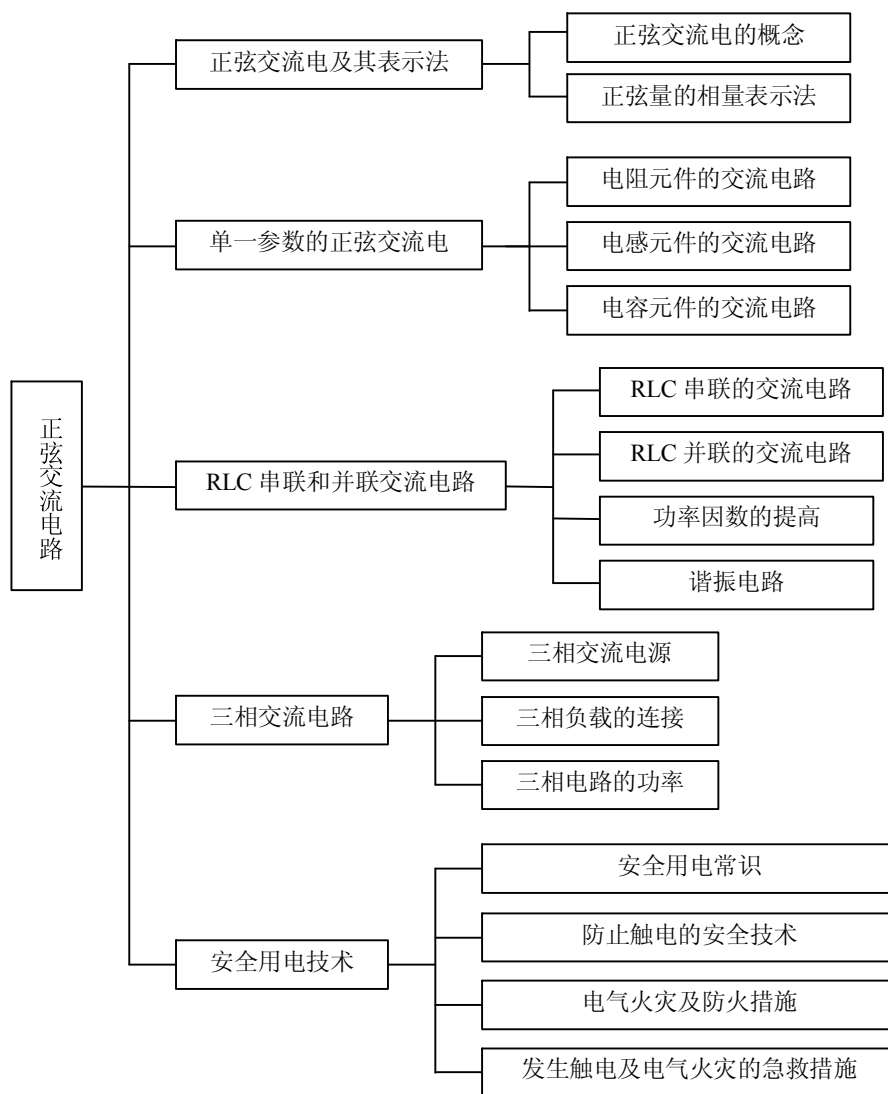
③不对称负载星形连接时，应采用三相四线制。中线的的作用是：保证每相负载电压等于对称电源的相电压。此时中线上有电流，要保证中线牢固、可靠，中线上不能接熔断器或开关。

(4) 为了安全用电，应了解安全用电的常识和技术。通过人体的电流超过 $7\sim 10\text{mA}$ 时，

或加在人体上的电压超过 36V 时就会有危险。

防止触电的安全技术有：使用安全电压、接地保护、接零保护、单相电路采用三线插座和插头，以及设置开启断电联锁等保护措施。

二、学习内容



习题二

1. 已知正弦电压 $u = 100\sqrt{2}\sin\left(50t - \frac{\pi}{6}\right)\text{V}$:

(1) 求该正弦量的幅值、有效值、频率、角频率、周期和初相位。

(2) 该正弦电压与 $u = 100\sqrt{2}\sin 50t\text{V}$ 的相位关系如何？

2. 写出以下正弦量的相量表达式：

(1) $i = 10\sin 500t \text{ A}$

(2) $u = 2\sqrt{2}\sin(100t + 30^\circ) \text{ V}$

3. 判断以下两组正弦电压和电流中正弦电压和电流哪个超前, 哪个滞后, 其相位差等于多少?

(1) $u_1 = 50\sin(100t - 30^\circ) \text{ V}$, $i_1 = 20\sin(100t + 60^\circ) \text{ A}$

(2) $u_2 = 300\sin(100t + 45^\circ) \text{ V}$, $i_2 = 4\sqrt{2}\sin(100t - 30^\circ) \text{ A}$

4. 在 RLC 串联电路中, $R = 4\Omega$, $L = 0.5 \text{ H}$, $C = 100\mu\text{F}$, 接在电源电压 $u = 110\sqrt{2}\sin(100t + 30^\circ) \text{ V}$ 的交流电源上, 求电路的阻抗 $|Z|$ 、电流 i 、有功功率 P 、无功功率 Q 和功率因数。

5. 日光灯电源的电压为 220V, 频率为 50Hz, 灯管的电阻为 300Ω , 与灯管串联的镇流器的感抗为 500Ω , 试求日光灯管两端的电压和工作电流, 并求日光灯电路的平均功率、视在功率、无功功率和功率因数。

6. 某单相交流电源, 频率为 50Hz, 其额定容量 $S_N = 40\text{kVA}$, 额定电压 $U_N = 220\text{V}$, 供给照明电路, 若负载都是 40W 的日光灯 (可认为是 RL 串联电路), 其功率因数为 0.5, 试求:

(1) 日光灯最多可点多少盏?

(2) 补偿电容将功率因数提高 1, 这时电路的总电流是多少? 需要用多大的补偿电容?

(3) 功率因数提高到 1 以后, 除供给以上日光灯外, 若保持电源在额定情况下工作, 还可多点 40W 白炽灯多少盏?

7. 如图 2-25 所示的三相对称电路, 其线电压 $U_l = 380\text{V}$, 每相负载 $R = 6\Omega$, $X = 8\Omega$ 。试求相电流、线电流、相电压, 并画出电压和电流的相量图。

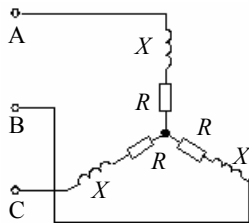


图 2-25 三相对称电路

8. 三相对称负载作三角形连接时, 如果线电压为 380V, 线电流为 17.3A, 三相总功率为 4.5kW, 求每相负载的电阻和感抗分别是多少?

9. 三相对称感性负载接在对称线电压为 380V 的三相电源上, 若线电流为 12.1A, 输入功率是 5.5kW, 求功率因数。

10. 直流发电机的两根输电导线均不接地, 当人体与其中的单根导线接触时是否会触电? 为什么?