第 2 章　直流电阻电路分析

本章学习要求

- 掌握分析计算电路的几种方法，重点是叠加定理和戴维南定理。
- 理解电路等效的概念，电阻串、并联等效变换，电压源与电流源等效变换。
- 了解受控源的概念以及含受控源电路的分析计算。
- 了解非线性电阻的伏安特性及静态电阻、动态电阻的概念；了解简单非线性电阻电路的图解分析方法。

分析与计算电路的基本定律是欧姆定律和基尔霍夫定律。由于实际电路一般都相当复杂、计算过程极为繁复，因此，要根据电路的结构特点，寻找电路分析和计算的简便方法。

本章介绍等效变换法、支路电流法、节点电压法、叠加定理、等效电源定理等常用的电路分析方法。支路电流法是最基本的电路分析方法，是分析复杂电路和学习其他电路分析方法的基础。叠加定理和戴维南定理是线性电路中最重要的两个定理，熟练掌握这些定理会给复杂电路的分析计算带来方便。

虽然本章讨论的是直流电阻电路，但这些基本规律和分析方法只要稍加扩展，对交流电路的分析计算同样适用。

2.1　简单电路分析

电路的结构形式一般可分为简单电路和复杂电路。所谓简单电路，就是可以利用电阻串、并联方法进行分析的电路。应用这种方法对电路进行分析时，先利用电阻串、并联公式求出该电路的总电阻，然后根据欧姆定律求出总电流，最后利用分压公式或分流公式计算各个电阻的电压或电流。

2.1.1　电阻的串联

电阻串联电路的特点是通过各个电阻的电流为同一个电流。在如图 2-1（a）所示电路中，n 个电阻 R_1、R_2、…、R_n 串联，各电阻电流均为 I，由 KVL，有：

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

根据欧姆定律，$U_1 = R_1 I$ 、$U_2 = R_2 I$ 、…、$U_n = R_n I$ ，代入上式得：

$$U = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n)I$$

设：

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

R 称为 n 个电阻串联时的总电阻或等效电阻，即用阻值为 R 的电阻代替图 2-1（a）中 R_1、R_2、…、R_n 串联的电路后，该电路中的电流值不变，如图 2-1（b）所示。所以，上式又可改写为：

$$U = RI$$

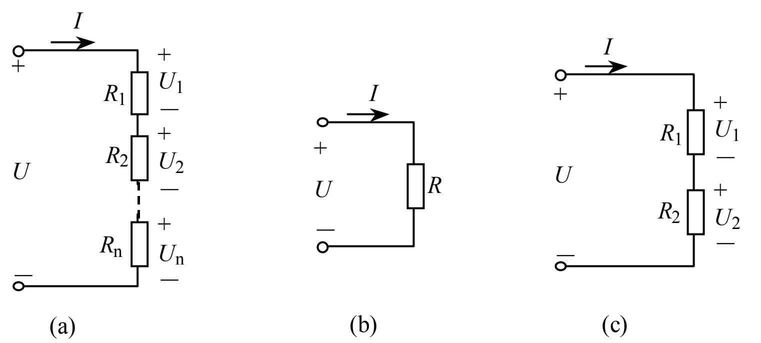


图 2-1　电阻串联电路

（a）n 个电阻串联；（b）图（a）的等效电路；（c）两个电阻串联

电阻串联电路中，各电阻两端的电压与其电阻值成正比，即：

$$U_k = R_k I = \frac{R_k}{R} U$$

该式称为分压公式。在图 2-1（c）所示的两个电阻串联的电路中，因为 $R = R_1 + R_2$，所以：

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

分压公式是研究串联电路中各电阻上电压分配关系的依据，许多实际电路就是利用分压原理工作的。例如，电源电压为 $U_S = 24\text{V}$，而负载工作时只要求 10V 电压，为满足负载要求，可以利用电阻串联构成一个分压电路，如图 2-1（c）所示。当 $R_1 = 1.4R_2$ 时，电阻 R_2 两端输出的电压值就是 10V。如果 R_2 是一个可变电阻器（称为电位器），则从电阻 R_2 两端输出的电压可以在 0~10V 之间变化。

例 2-1　如图 2-2 所示为由微安表（基本电流表头）和电阻串联构成的多量程电压表电路。已知微安表内阻 $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$，各档分压电阻分别为 $R_2 = 9\,\text{k}\Omega$，$R_3 = 90\,\text{k}\Omega$，$R_4 = 900\,\text{k}\Omega$。这个电压表的最大量程（开关打在端钮 4，端钮 1、2、3 均断开）为 500V，试计算表头允许通过的最大电流及其他量程的电压值。

解　当开关 S 打在端钮 4 测量时，电压表的总电阻为：

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 1 + 9 + 90 + 900 = 1000 \text{（k}\Omega\text{）}$$

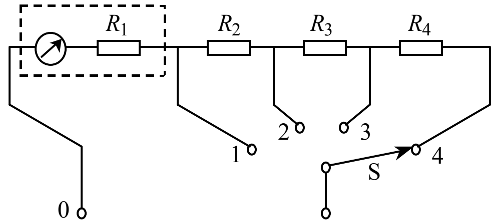


图 2-2　电压表的量程扩展

若这时所测的电压恰为 500V，表头恰好达到测量量程，所以通过表头的电流也最大，为：

$$I = \frac{U_4}{R} = \frac{500}{1000} = 0.5\ \text{（mA）}$$

当开关 S 打在端钮 1 测量时，电压表的量程为：

$$U_1 = IR_1 = 0.5 \times 1 = 0.5\ \text{（V）}$$

当开关 S 打在端钮 2 测量时，电压表的量程为：

$$U_2 = I(R_1 + R_2) = 0.5 \times (1 + 9) = 5\ \text{（V）}$$

当开关 S 打在端钮 3 测量时，电压表的量程为：

$$U_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) = 0.5 \times (1 + 9 + 90) = 50\ \text{（V）}$$

由此可见，直接利用该表头只能测量 0.5V 以下的电压。串联分压电阻 R_2、R_3、R_4 后有 4 个量程，分别为 0.5V、5V、50V、500V，实现了电压表的量程扩展。

2.1.2　电阻的并联

电阻并联电路的特点是各个电阻两端的电压为同一个电压。在如图 2-3（a）所示电路中，n 个电阻 R_1、R_2、…、R_n 并联，各电阻电压均为 U，由 KCL，有：

$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$$

根据欧姆定律，$I_1 = \dfrac{U}{R_1}$、$I_2 = \dfrac{U}{R_2}$、…、$I_n = \dfrac{U}{R_n}$，代入上式得：

$$I = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right)U$$

设：

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

R 称为 n 个电阻并联时的总电阻或等效电阻，即用阻值为 R 的电阻代替图 2-3（a）中 R_1、R_2、…、R_n 并联的电路后，该电路中的电流值不变，如图 2-3（b）所示。所以，上式又可改写为：

$$I = \frac{U}{R}$$

电阻并联电路中，各电阻流过的电流与其电阻值成反比，即：

$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R}{R_k}I$$

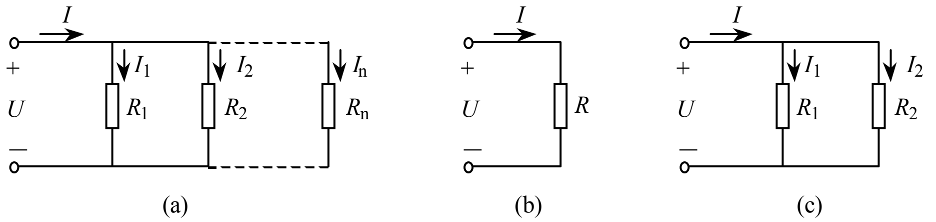


图 2-3 电阻并联电路

（a）n 个电阻并联；（b）图（a）的等效电路；（c）两个电阻并联

该式称为分流公式。在图 2-3（c）所示的两个电阻并联的电路中，因为 $R=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$，所以：

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I$$

$$I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

分流公式是研究并联电路中各电阻上电流分配关系的依据，许多实际电路就是利用分流原理工作的。例如，电源提供的电流为 $I=10$ A，而负载工作时只要求 2A 电流，为满足负载要求，可以利用电阻并联构成一个分流电路，如图 2-3（c）所示。当 $R_1=0.25R_2$ 时，流过电阻 R_2 的电流就是 2A。

例 2-2 如图 2-4 所示为由表头和电阻并联构成的多量程电流表电路。已知表头内阻 $R_0=2300\ \Omega$，量程为 $I_0=50\ \mu\text{A}$，各分流电阻分别为 $R_1=1\ \Omega$，$R_2=9\ \Omega$，$R_3=90\ \Omega$。求扩展后各量程以及与各量程相应的电流表内阻。

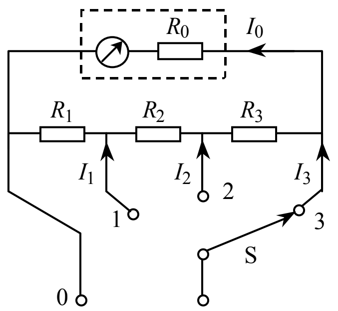


图 2-4 电流表的量程扩展

解 当开关 S 打在端钮 3 测量时，根据分流公式：

$$I_0=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_0+R_1+R_2+R_3}I_3$$

所以：

$$I_3=\frac{R_0+R_1+R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}I_0=\frac{2300+1+9+90}{1+9+90}\times 0.05=1.2\ \text{（mA）}$$

这时电流表的内阻为：

$$R_{30}=\frac{R_0(R_1+R_2+R_3)}{R_0+R_1+R_2+R_3}=\frac{2300\times(1+9+90)}{2300+1+9+90}\approx 95.83\ (\Omega)$$

当开关 S 打在端钮 2 测量时，根据分流公式：

$$I_0=\frac{R_1+R_2}{R_0+R_1+R_2+R_3}I_2$$

所以：

$$I_2=\frac{R_0+R_1+R_2+R_3}{R_1+R_2}I_0=\frac{2300+1+9+90}{1+9}\times 0.05=12\ (\text{mA})$$

这时电流表的内阻为：

$$R_{20}=\frac{(R_0+R_3)(R_1+R_2)}{R_0+R_1+R_2+R_3}=\frac{(2300+90)\times(1+9)}{2300+1+9+90}\approx 9.96\ (\Omega)$$

当开关 S 打在端钮 1 测量时，根据分流公式：

$$I_0=\frac{R_1}{R_0+R_1+R_2+R_3}I_1$$

所以：

$$I_1=\frac{R_0+R_1+R_2+R_3}{R_1}I_0=\frac{2300+1+9+90}{1}\times 0.05=120\ (\text{mA})$$

这时电流表的内阻为：

$$R_{10}=\frac{(R_0+R_2+R_3)R_1}{R_0+R_1+R_2+R_3}=\frac{(2300+9+90)\times 1}{2300+1+9+90}\approx 1\ (\Omega)$$

2.2　复杂电路分析

所谓复杂电路，就是不能利用电阻串并联方法化简，然后应用欧姆定律进行分析的电路。如图 2-5 所示的电路，各支路的电流及电压不可能用电阻串并联方法化简求解。

解决复杂电路问题的方法有两种。一种方法是根据电路待求的未知量，直接应用基尔霍夫定律列出足够的独立方程式，然后联立求解出各未知量；另一种方法是应用等效变换的概念，将电路化简或进行等效变换后，再通过欧姆定律、基尔霍夫定律或分压、分流公式求解出结果。

直接应用基尔霍夫定律列写方程式求解各未知量时，由于选取的未知量不同，解题的方法也有所不同。本书介绍支路电流法和节点电压法。

2.2.1　支路电流法

在分析计算复杂电路的各种方法中，支路电流法是最基本的方法。支路电流法是以支路电流为未知量，根据基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律，分别列出电路中的节点电流方程及回路电压方程，然后联立求解出各支路中的电流。

今以图 2-5 为例，说明支路电流法的应用。

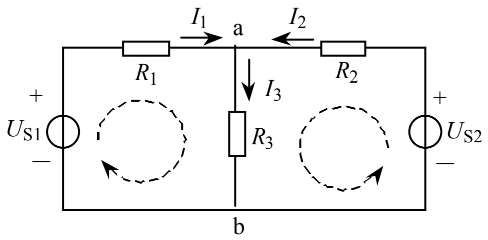


图 2-5　支路电流法用图

电路中有几条支路，就有几个未知量。在如图 2-5 所示电路中，支路数$b=3$，节点数$n=2$，共要列出 3 个独立方程。电源电压和各电流的参考方向如图中所示。

首先，应用基尔霍夫电流定律分别对节点 a、b 列方程，则有：

$$I_1+I_2-I_3=0$$

$$-I_1-I_2+I_3=0$$

以上两式是等价的，其中一个方程式可由另一个方程式变换得到，是非独立方程。一般来说，对具有 n 个节点的电路应用基尔霍夫电流定律只能列出（$n-1$）个独立方程。

其次，应用基尔霍夫电压定律列出其余$b-(n-1)$个方程。普遍采用的方法是取网孔（内部没有包含任何支路的特殊回路）列出电压方程。图 2-5 中有两个网孔，分别对左侧和右侧网孔列出基尔霍夫电压方程，则有：

$$U_{S1}=I_1R_1+I_3R_3$$

$$U_{S2}=I_2R_2+I_3R_3$$

网孔的数目恰好等于$b-(n-1)$。

应用基尔霍夫电流定律和电压定律一共可列出$(n-1)+[b-(n-1)]=b$个独立方程，所以能求出 b 个支路电流。

本例中，可得出以下方程组：

$$\left.\begin{aligned}&I_1+I_2-I_3=0\\&R_1I_1+R_3I_3=U_{S1}\\&R_2I_2+R_3I_3=U_{S2}\end{aligned}\right\}$$

解联立方程组，求出各支路电流为：

$$\left.\begin{aligned}I_1&=\frac{U_{S1}}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}-\frac{U_{S2}}{R_2+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}\cdot\frac{R_3}{R_1+R_3}\\I_2&=\frac{U_{S2}}{R_2+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}-\frac{U_{S1}}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\cdot\frac{R_3}{R_2+R_3}\\I_3&=\frac{U_{S1}}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\cdot\frac{R_2}{R_2+R_3}+\frac{U_{S2}}{R_2+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}\cdot\frac{R_1}{R_1+R_3}\end{aligned}\right\}$$

对于复杂电路，一般采用行列式计算较方便。

最后验算，将求出的各支路电流代入未按电压定律列方程的回路中，若方程两边平衡，则结果正确，否则结果有误。

用支路电流法求解电路的步骤归纳如下：

（1）判定电路的支路数 b 和节点数 n；

（2）在电路图中标出各支路电流的参考方向和各回路绕行方向；

（3）根据 KCL 列出 $(n-1)$ 个独立的节点电流方程式；

（4）根据 KVL 列出 $b-(n-1)$ 个独立的回路电压方程式；

（5）解联立方程组，求出各支路电流，必要时可求出各元件的电压和功率。

例 2-3　如图 2-6 所示电路，用支路电流法求各支路电流及各元件的功率。

解　图中共两个节点，3 条支路，两个网孔。各支路电流 I_1、I_2、I_3 的参考方向及回路绕行方向如图中所示。根据 KCL 列出节点 a 的电流方程，设流出节点的电流为负，流入节点的电流为正，则有：

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

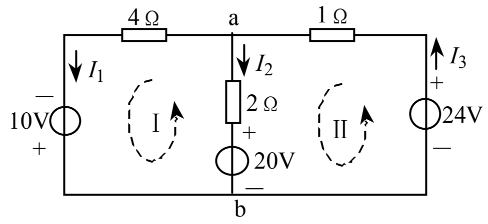


图 2-6　例 2-3 的图

根据 KVL 列出回路Ⅰ、Ⅱ的电压方程：

$$4I_1 - 2I_2 = 30$$

$$I_3 + 2I_2 = 4$$

联立以上 3 式，解之得：

$$I_1 = 7\text{A}$$

$$I_2 = -1\text{A}$$

$$I_3 = 6\text{A}$$

$I_2 < 0$ 说明其实际方向与图示方向相反。

4 Ω 电阻的功率为：

$$P_1 = 4I_1^2 = 4\times 7^2 = 196\text{（W）}$$

2 Ω 电阻的功率为：

$$P_2 = 2I_2^2 = 2\times(-1)^2 = 2\text{（W）}$$

1 Ω 电阻的功率为：

$$P_3 = 1\times I_3^2 = 1\times 6^2 = 36\text{（W）}$$

10V 电压源的功率为：

$$P_4 = -10I_1 = -10\times 7 = -70\text{（W）}$$

20V 电压源的功率为：

$$P_5 = 20I_2 = 20\times(-1) = -20 \text{（W）}$$

24V 电压源的功率为：

$$P_6 = -24I_3 = -24\times 6 = -144 \text{（W）}$$

由以上计算可知，3 个电源均发出功率，共 234W，3 个电阻总共吸收的功率也是 234W，电路的功率平衡。

2.2.2　节点电压法

对于有多个支路，但只有两个节点的电路，可以不需解联立方程组，直接求出两个节点间的电压，十分方便。

如图 2-7 所示电路，电压源、电流源、电阻均为已知，求各支路电流。设未知电流 I_1、I_2、I_3 的参考方向如图所示，根据 KCL 有：

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_{S1} + I_{S2} = 0$$

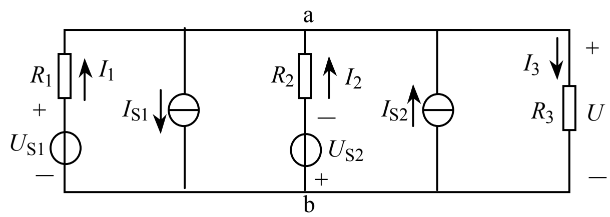


图 2-7　节点电压法用图

设节点 a、b 间电压为 U，参考方向如图 2-7 所示，各支路的电流可根据 KVL 或欧姆定律求出，为：

$$I_1 = \frac{U_{S1} - U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{-U_{S2} - U}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3}$$

将以上 3 式代入 KCL 方程，得：

$$\frac{U_{S1} - U}{R_1} + \frac{-U_{S2} - U}{R_2} - \frac{U}{R_3} - I_{S1} + I_{S2} = 0$$

整理后得出求节点电压的公式，为：

$$U = \frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1} - \dfrac{U_{S2}}{R_2} - I_{S1} + I_{S2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}} = \frac{\sum \dfrac{U_S}{R} + \sum I_S}{\sum \dfrac{1}{R}}$$

上式称为弥尔曼公式，适用于任何只有两个节点的电路。式中分母的各项总为正，分

子中各项的正负符号为：电压源 U_S 的参考方向与节点电压 U 的参考方向相同时取正号，反之取负号；电流源 I_S 的参考方向与节点电压 U 的参考方向相反时取正号，反之取负号。

例 2-4　用节点电压法求如图 2-8 所示电路的各支路电流。

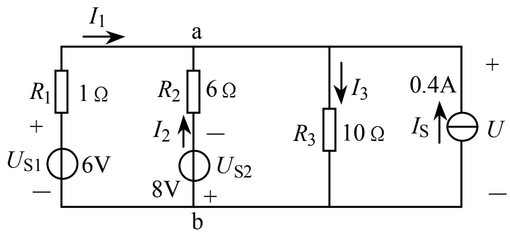


图 2-8　例 2-4 的图

解　图 2-8 所示的电路只有两个节点 a 和 b。节点 a、b 间的电压为：

$$U=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1}-\dfrac{U_{S2}}{R_2}+I_S}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{\dfrac{6}{1}-\dfrac{8}{6}+0.4}{\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}}=4\text{（V）}$$

由此可计算出各支路电流：

$$I_1=\frac{U_{S1}-U}{R_1}=\frac{6-4}{1}=2\text{（A）}$$

$$I_2=\frac{-U_{S2}-U}{R_2}=\frac{-8-4}{6}=-2\text{（A）}$$

$$I_3=\frac{U}{R_3}=\frac{4}{10}=0.4\text{（A）}$$

对于多于两个节点的电路，可以假设任意一个节点为参考节点，用 KCL 列出其余各节点的电流方程，再用 KVL 或欧姆定律写出各支路电流的表达式，代入各电流方程求解，即可求出其余各节点相对于参考节点的电压，进而可求出各支路的电流及各元件的功率。

2.3　电压源与电流源的等效变换

2.3.1　电路等效变换的概念

在电路分析中，等效变换是一个很重要的概念。应用等效变换，往往可以把由多个元件组成的复杂电路化简为相对简单的甚至是由一个元件组成的电路，从而使电路的分析计算得到简化。

电路的等效变换就是保持电路一部分电压、电流不变，对其余部分进行适当的结构变化，用新电路结构代替原电路中被变换的部分电路。

例如，若要计算图 2-9（a）所示电路的总电流，可将虚线方框内由 R_1、R_2 两个电阻并

联的电路用图 2-9（b）所示虚线方框内的电阻 R 代替，只要 $R=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$，则计算结果相同。这意味着图 2-9 所示虚线方框内的两部分电路相互等效，可以进行等效变换。

需要注意的是，因为等效的目的不是为了分析被等效部分电路内部的问题，而是分析被等效部分以外电路的作用，所以电路的等效指的是外电路的等效，对内通常是不等效的。

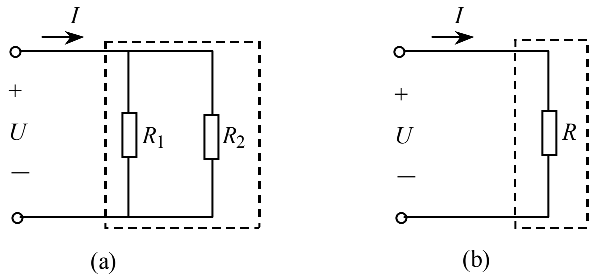


图 2-9　电路的等效变换

（a）两个电阻并联的电路；（b）等效变换后的电路

2.3.2　电压源与电流源的等效变换

用电压源或电流源向同一个负载电阻供电，若能产生相同的供电效果（负载电阻上的电压 U 和电流 I 相同），则这两个电源是等效的。

第 1 章中讨论了实际电源的两种电路模型：一种是电压为 U_S 的恒压源与内阻 R_0 串联的电路；另一种是电流为 I_S 的恒流源与内阻 R'_0 并联的电路。分别如图 2-10（a）、（b）所示。两种电源模型之间是等效的，可以等效变换。

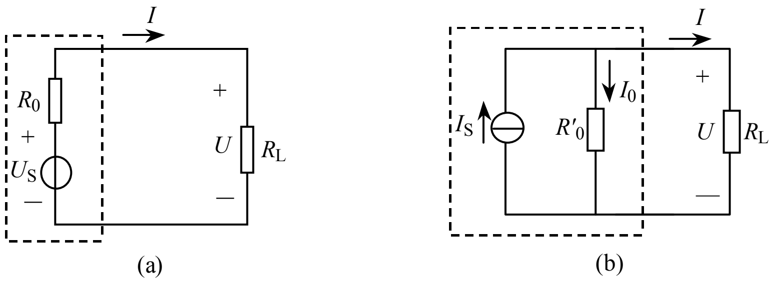


图 2-10　实际电源的两种电路模型

（a）电压源模型；（b）电流源模型

由电压源的伏安关系式 $U_S = U + IR_0$ 可得：

$$I=\frac{U_S}{R_0}-\frac{U}{R_0}$$

式中，R_0 为电压源的内阻。

对于电流源，其伏安关系可改写为：

$$I = I_S - \frac{U}{R_0'}$$

式中，R'_0 为电流源的内阻。

若电压源和电流源对外电路等效，则以上两式的对应项相等，因此可求得等效变换的条件为：

$$U_S = I_S R_0'$$

或：

$$I_S = \frac{U_S}{R_0}$$

且：

$$R_0 = R_0'$$

这就是电压源与电流源的等效变换公式。

电压源与电流源的等效变换并不限于内阻，只要是电压为 U_S 的恒压源与某个电阻 R 串联的电路，都可以利用电压源与电流源的等效变换公式将其转换为电流为 I_S 的恒流源与电阻 R 并联的电路，反之亦然，如图 2-11 所示。

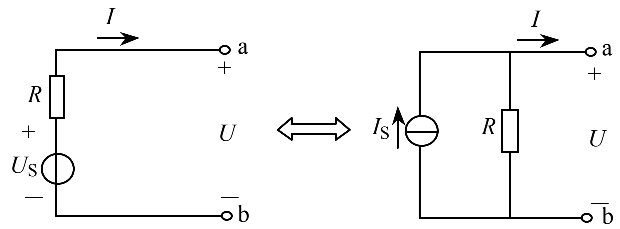


图 2-11　电压源和电流源的等效变换

电压源和电流源作等效变换时要注意以下几点：

（1）电压源和电流源间的等效关系是仅对外电路而言的，至于电源内部，是不等效的。

例如，外电路开路时，电压源内部不发出功率，内阻 R_0 上不消耗功率；但对于电流源来说，当外电路开路时，内部有电流通过，内阻 R'_0 上有功率损耗。

（2）注意电源的极性。因为对外电路产生的电流方向相同，所以电压源的正极性端与电流源电流流出的一端相对应。

（3）理想电压源和理想电流源之间没有等效关系。理想电压源短路电流 I_{SC} 为无穷大；理想电流源开路电压 U_{OC} 无穷大，都不能得到有限的数值，故两者不存在等效变换的条件。

例 2-5　有一直流电压源，$U_S = 230\,\text{V}$，$R_0 = 1\ \Omega$，负载电阻 $R_L = 22\ \Omega$。

（1）求此电源的两种等效电路并作图；

（2）用电源的两种等效电路分别求电压 U 和电流 I；

（3）比较电源两种等效电路的内部电流、电压和消耗的功率。

解　（1）由题可知，电压源的两个参数为：

$$U_S = 230\,\text{V}$$

$$R_0 = 1\ \Omega$$

电压源变换成等效电流源后的两个参数为：

$$I_S = \frac{U_S}{R_0} = \frac{230}{1} = 230 \text{（A）}$$

$$R_0' = R_0 = 1\ \Omega$$

电源的两种等效电路如图 2-12 所示。

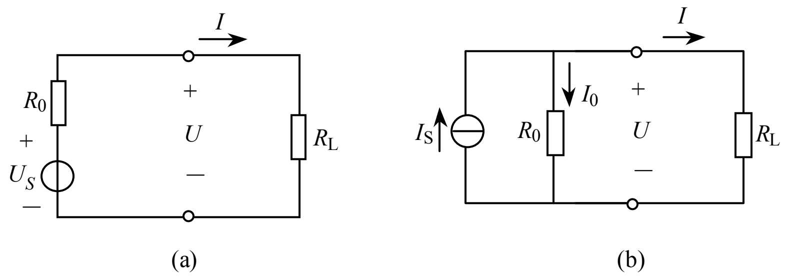


图 2-12　例 2-5 的图

（a）电压源电路；（b）　电流源电路

（2）计算电压 U 和电流 I。

在图 2-12（a）所示的电压源中：

$$I = \frac{U_S}{R_0 + R_L} = \frac{230}{1+22} = 10 \text{（A）}$$

$$U = IR_L = 10 \times 22 = 220 \text{（V）}$$

在图 2-12（b）所示的电流源中：

$$I = \frac{R_0}{R_0 + R_L} I_S = \frac{1}{1+22} \times 230 = 10 \text{（A）}$$

$$U = IR_L = 10 \times 22 = 220 \text{（A）}$$

此电源的两种等效电路在负载 R_L 上的电压和电流相等，即对外电路是等效的。

（3）计算内阻压降和电源内部损耗的功率。

在图 2-12（a）中，通过电压源的电流为 10A，理想电压源 U_S 供给电路的功率为：

$$P = IU_S = 10 \times 230 = 2300 \text{（W）}$$

内阻 R_0 的压降为：

$$U_0 = IR_0 = 10 \times 1 = 10 \text{（V）}$$

消耗在内阻 R_0 上的功率为：

$$P_0 = I^2 R_0 = 10^2 \times 1 = 100 \text{（W）}$$

在图 2-12（b）中，理想电流源 I_S 供给电路的功率为：

$$P = I_S U = 230 \times 220 = 50600 \text{（W）}$$

内阻 R_0 的电流为：

$$I_0 = \frac{U}{R_0} = \frac{220}{1} = 220 \text{（A）}$$

消耗在内阻 R_0 上的功率为：

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} = \frac{220^2}{1} = 48400 \text{（W）}$$

这说明电源的两种等效电路在电源内部的电流、电压、功率都不相等，即对电源内部来说是不等效的。

例 2-6　试用电压源与电流源等效变换的方法计算图 2-13（a）中的电流 I。

解　根据图 2-13 的变换次序，最后化简为图 2-13（e）的电路。

在变换过程中，当有多个理想电流源并联时，可等效为一个理想电流源，如由图 2-13（b）变换到图 2-13（c）；当有多个理想电压源串联时，可等效为一个理想电压源，如由图 2-13（d）变换到图 2-13（e）。

由图 2-13（e）可得：

$$I = \frac{2}{4+6} = 0.2 \text{（A）}$$

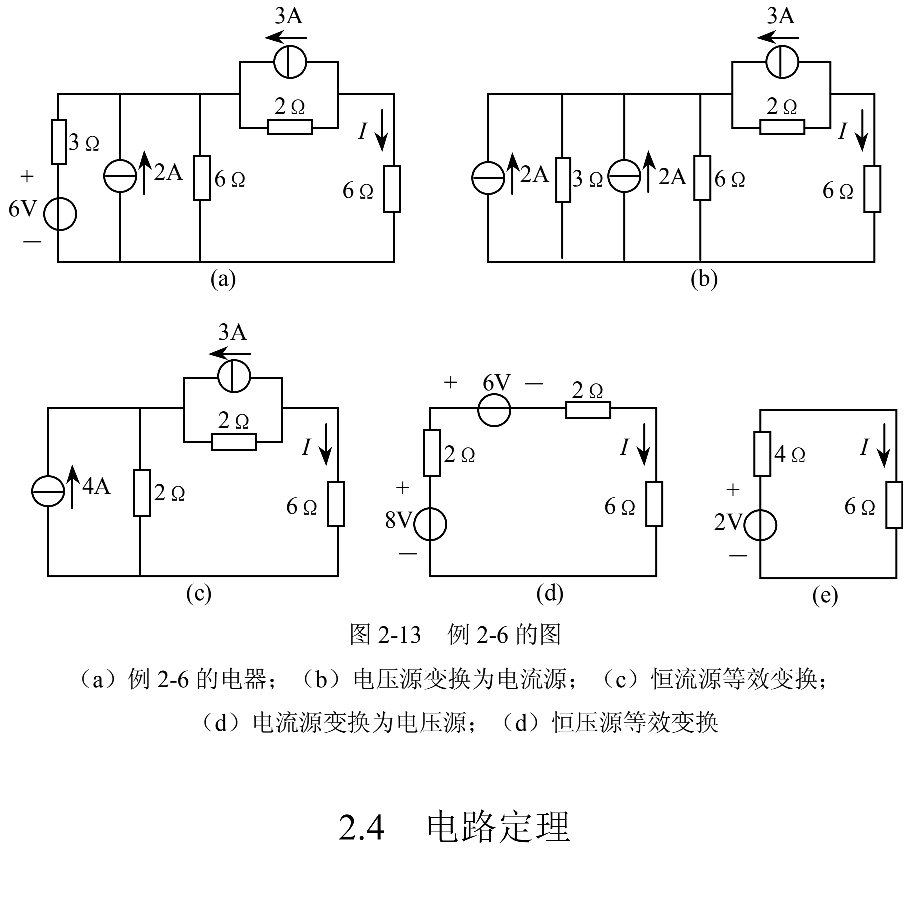


图 2-13　例 2-6 的图

（a）例 2-6 的电器；（b）电压源变换为电流源；（c）恒流源等效变换；

（d）电流源变换为电压源；（d）恒压源等效变换

2.4　电路定理

电路分析理论中已将一些分析方法总结为电路定理。本节将介绍叠加定理和等效电源定理，它们是电路理论中最重要的两个定理。在只需求解电路中某一支路的电压、电流时，运用叠加定理或等效电源定理有时更加方便。

2.4.1 叠加定理

如果线性电路中有多个电源共同作用，则任何一条支路的电流或电压，等于电路中各个电源分别单独作用时在该支路所产生的电流或电压的代数和，这就是叠加定理。叠加定理是反映线性电路基本性质的一个重要定理。

当某电源单独作用于电路时，其余电源应该除去，称为除源。对电压源来说，令电压源电压 U_S 为零值，相当于短路；对电流源来说，令电流源电流 I_S 为零值，相当于开路。

现以图 2-5 所示的电路为例，来证明叠加定理的正确性。为了清楚，将图 2-5 重新画出，如图 2-14（a）所示。

图 2-14（b）所示电路只有 U_{S1} 单独作用，可以计算出：

$$\left.\begin{aligned} I_1' &= \frac{U_{S1}}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \\ I_2' &= I_1' \frac{R_3}{R_2 + R_3} \\ I_3' &= I_1' \frac{R_2}{R_2 + R_3} \end{aligned}\right\}$$

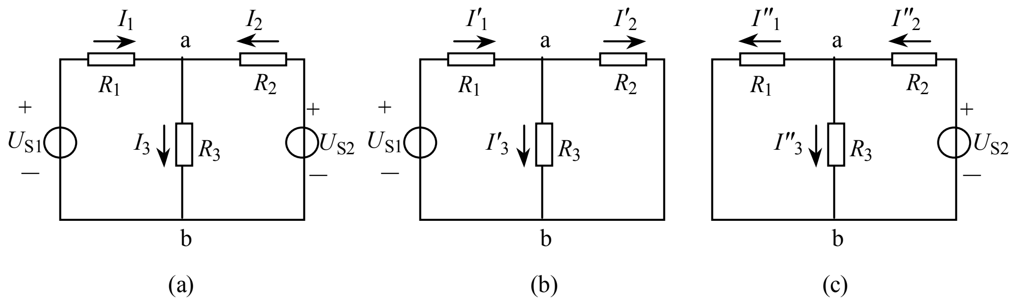


图 2-14 叠加原理用图

（a）两个电源共同作用；（b）U_{S1} 单独作用；（c）U_{S2} 单独作用

图 2-14（c）所示电路只有 U_{S2} 单独作用，可以计算出：

$$\left.\begin{aligned} I_2'' &= \frac{U_{S2}}{R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} \\ I_1'' &= I_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3} \\ I_3'' &= I_2'' \frac{R_1}{R_1 + R_3} \end{aligned}\right\}$$

按图 2-14（a）、（b）、（c）所标电流的参考方向，可以写出当 U_{S1} 和 U_{S2} 同时作用时各

支路的电流分别为：

$$I_1 = I_1' - I_1''$$
$$I_2 = -I_2' + I_2''$$
$$I_3 = I_3' + I_3''$$

其中 I_1' 与 I_1 参考方向相同，所以取正号，而 I_1'' 与 I_1 参考方向相反，所以取负号，另外两式类似。

由以上各式就可以得到用支路电流法所得到的各支路电流的表达式，这就证明了叠加定理的正确性。

最后着重指出，叠加定理只适用于线性电路，线性电路中的电流和电压可以用叠加定理来求解，但功率的计算不能用叠加定理。例如，图 2-14（a）中电阻 R_3 上的功率计算为：

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (I_3' + I_3'')^2 R_3 = I_3'^2 R_3 + 2I_3' I_3'' R_3 + I_3''^2 R_3$$

对于图 2-14（b）和（c），可分别写出：

$$P_3' = I_3'^2 R_3$$
$$P_3'' = I_3''^2 R_3$$

显然：

$$P_3 \neq P_3' + P_3''$$

例 2-7　用叠加定理求如图 2-15（a）所示电路的电流 I_1、I_2。

解　2A 电流源单独作用时的电路如图 2-15（b）所示，由图可得：

$$I_1' = -\frac{10}{10+5} \times 2 = -\frac{4}{3} \text{（A）}$$

$$I_2' = \frac{5}{10+5} \times 2 = \frac{2}{3} \text{（A）}$$

5V 电压源单独作用时的电路如图 2-15（c）所示，由图可得

$$I_1'' = I_2'' = \frac{5}{10+5} = \frac{1}{3} \text{（A）}$$

根据叠加定理，两个电源共同作用时的电流 I_1、I_2 分别为：

$$I_1 = I_1' + I_1'' = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -1 \text{（A）}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \text{（A）}$$

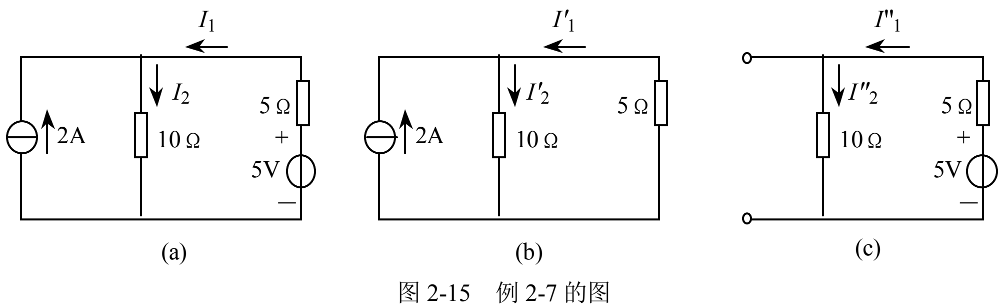


图 2-15　例 2-7 的图

（a）两个电源共同作用；（b）2A 电流源单独作用；（c）5V 电压源单独作用

2.4.2 等效电源定理

在介绍等效电源定理之前，先介绍二端网络的概念。

二端网络就是具有两个出线端的部分电路。含有电源的二端网络称为有源二端网络；不含电源的二端网络称为无源二端网络。二端网络可以是简单或任意复杂的电路。

当需要计算复杂电路中的某一支路时，可将该支路划出（如图 2-16 所示 ab 支路，其中电阻为 R_L），其余部分就是一个有源二端网络（如图 2-16（a）所示方框部分）。有源二端网络对于所要计算的支路而言，仅相当一个电源，因此，可以简化为一个等效电源。经过等效变换后，ab 支路中的电流及其两端电压没有变动。

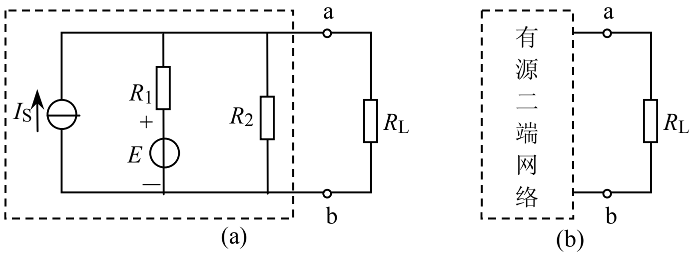


图 2-16 复杂电路的分解

（a）电路；（b）有源二端网络

根据第 1 章所述，一个电源可以用两种电路模型来表示：一种是电压为 U_S 的恒压源与内阻 R_0 串联的电路（电压源）；另一种是恒流源 I_S 与内阻 R_0 并联的电路（电流源）。相应于有源二端网络的两种等效电源，有下述两个定理。

1. 戴维南定理

戴维南定理指出，任何一个线性有源二端网络都可以用一个电压源，即恒压源与内阻串联的电源等效代替。恒压源与内阻的串联组合称为戴维南等效电路。恒压源的电压等于该有源二端网络的开路电压 U_{OC}，串联的内阻等于该有源二端网络去除所有电源（恒压源短路，恒流源开路）后得到的无源二端网络 a、b 两端之间的等效电阻 R_0，如图 2-17 所示，待求支路 R_L 中的电流即为：

$$I = \frac{U_{OC}}{R_0 + R_L}$$

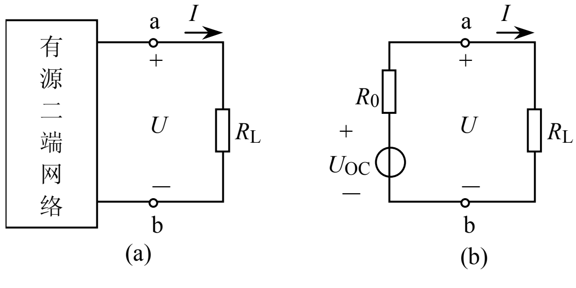


图 2-17 戴维南定理示例

（a）有源二端网络；（b）等效电路

例 2-8　用戴维南定理求如图 2-18（a）所示电路中通过 5 Ω 电阻的电流 I。

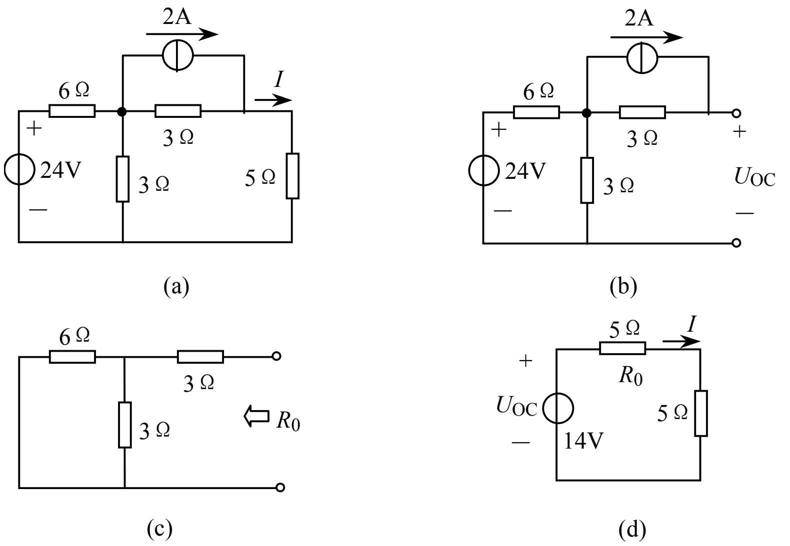


图 2-18　例 2-8 的图

（a）例 2-8 的电路；（b）求 U_{OC} 的电路；（c）求 R_0 的电路；（d）图（a）的等效电路

解　（1）断开待求支路，得有源二端网络如图 2-18（b）所示。由图 2-18（b）可求得该有源二端网络的开路电压 U_{OC} 为：

$$U_{OC}=2\times3+\frac{3}{6+3}\times24=14\ （V）$$

（2）将图 2-18（b）中的恒压源短路，恒流源开路，除源后的无源二端网络如图 2-18（c）所示，可求得等效电阻 R_0 为：

$$R_0=3+\frac{6\times3}{6+3}=3+2=5\ （\Omega）$$

（3）根据 U_{OC} 和 R_0 画出戴维南等效电路，并接上待求支路，得图 2-18（a）的等效电路，如图 2-18（d）所示，由图可求得 I 为：

$$I=\frac{14}{5+5}=1.4\ （A）$$

例 2-9　用戴维南定理求如图 2-19（a）所示电路中通过 R_L 支路的电流 I_L。

解　（1）断开待求支路，得有源二端网络如图 2-19（b）所示。由图 2-19（b）可求得该有源二端网络的开路电压 U_{OC} 为：

$$U_{OC}=\frac{R_2}{R_1+R_2}U_{S1}+U_{S2}-\frac{R_4}{R_4+R_5+R_6}U_{S3}=\frac{3}{6+3}\times18+26-\frac{10}{10+8+2}\times20=22\ （V）$$

（2）将图 2-19（b）中的恒压源短路，恒流源开路，除源后的无源二端网络如图 2-19（c）所示，由图可求得等效电阻 R_0 为：

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3+\frac{R_4(R_5+R_6)}{R_4+R_5+R_6}=\frac{6\times3}{6+3}+3+\frac{10\times(8+2)}{10+8+2}=10\ （\Omega）$$

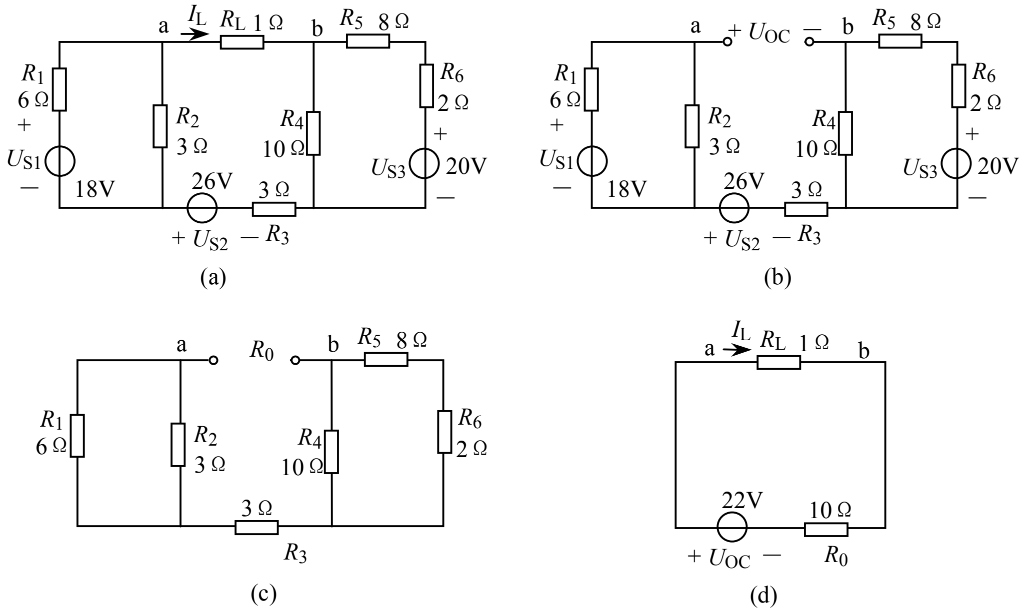


图 2-19　例 2-9 的图

（a）例 2-9 的电路；（b）求 U_{OC} 的电路；（c）求 R_0 的电路；（d）图（a）的等效电路

（3）根据 U_{OC} 和 R_0 画出戴维南等效电路，并接上待求支路，得图 2-19（a）的等效电路，如图 2-19（d）所示，由图可求得 I 为：

$$I = \frac{U_{OC}}{R_0 + R_L} = \frac{22}{10+1} = 2 \text{（A）}$$

2. 诺顿定理

诺顿定理指出，任何一个线性有源二端网络都可以用一个电流源即恒流源与内阻并联的电路等效代替。恒流源与内阻的并联组合称为诺顿等效电路。恒流源的电流等于该有源二端网络的短路电流 I_{SC}，并联的内阻等于该有源二端网络去除所有电源（恒压源短路，恒流源开路）后得到的无源二端网络 a、b 两端之间的等效电阻 R_0，如图 2-20 所示。待求支路 R_L 中的电流 I 即为：

$$I = \frac{R_0}{R_0 + R_L} I_{SC}$$

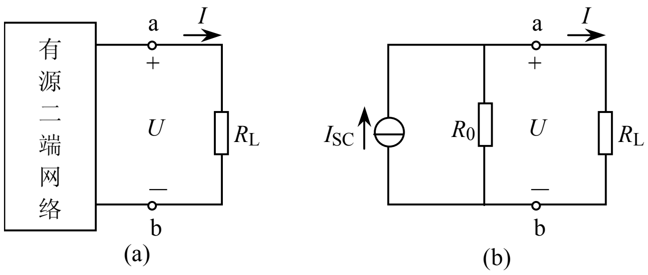


图 2-20　诺顿定理示例

（a）有源二端网络；（b）等效电路

例 2-10　用诺顿定理求如图 2-21（a）所示电路中通过电阻 R_3 的电流 I。

解　（1）将待求支路 R_3 短路，得如图 2-21（b）所示电路，由图 2-21（b）可求得该有源二端网络的短路电流 I_{SC} 为：

$$I_{SC}=\frac{U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}=\frac{140}{20}+\frac{90}{5}=25\text{（A）}$$

（2）将待求支路 R_3 断开，并将恒压源短路，恒流源开路，得除源后的无源二端网络如图 2-21（c）所示，由图可求得等效电阻 R_0 为：

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{20\times5}{20+5}=4\text{（}\Omega\text{）}$$

（3）根据 I_{SC} 和 R_0 画出诺顿等效电路，并接上待求支路，得图 2-21（a）的等效电路，如图 2-21（d）所示，由图可求得 I 为：

$$I=\frac{R_0}{R_0+R_3}I_S=\frac{4}{4+6}\times25=10\text{（A）}$$

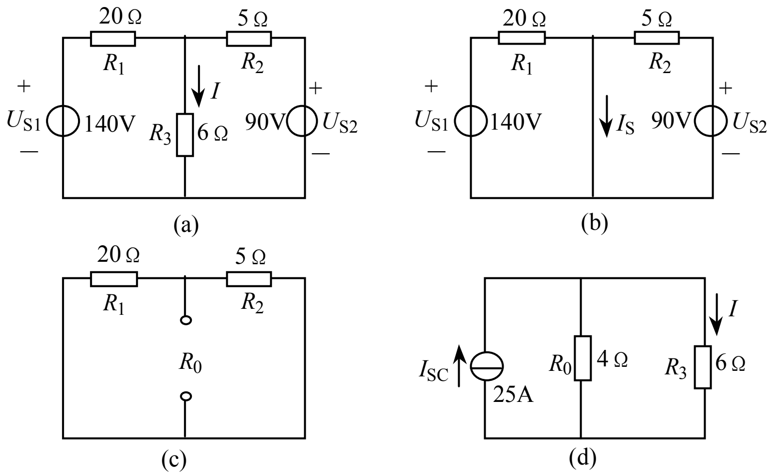


图 2-21　例 2-10 的图

（a）例 2-10 的电路；（b）求 I_{SC} 的电路；（c）求 R_0 的电路；（d）图（a）的等效电路

2.5　含受控源电路的分析

2.5.1　受控源

前面讨论的电压源和电流源都是恒定值或是时间函数，这类电源称为独立源。

除此以外，还有另一类电源，其输出的电压或电流是电路中其他支路的电压或电流的函数，也就是说，这类电源输出的电压或电流受电路中其他支路的电压或电流控制，这类电源称为受控源，也称非独立电源。当控制电压或电流消失或等于零时，受控源的电压或电流也为零。

受控源有两对端钮，一对为受控端钮，或称为输出端钮，输出电压或电流；另一对为控制端钮，或称为输入端钮，输入控制量。因此，受控源是四端元件。

根据受控源是电压源还是电流源，以及受控源是受电压控制还是受电流控制，受控源可分为电压控制电压源（VCVS）、电流控制电压源（CCVS）、电压控制电流源（VCCS）和电流控制电流源（CCCS）4 种类型。4 种受控源的模型分别如图 2-22 所示。

电压控制的受控源，其输入端电阻为无穷大；电流控制的受控源，其输入端电阻为零。这样，控制端消耗的功率为零。因此受控源的功率可由受控端来计算，即：

$$P = P_2 = U_2 I_2$$

受控电压源的输出端电阻为零，输出电压与 I_2 无关；受控电流源的输出端电阻为无穷大，输出电流与 U_2 无关。这点和独立恒压源、恒流源相同。

如果受控源的电压或电流和控制它们的电压或电流之间有正比关系，则这种控制作用是线性的，即如图 2-22 所示中的系数μ、r、g 及β都是常数。其中，μ和β是无量纲的纯数，r 具有电阻的量纲，g 具有电导（电阻的倒数称为电导，单位为西门子，简写为 S）的量纲。

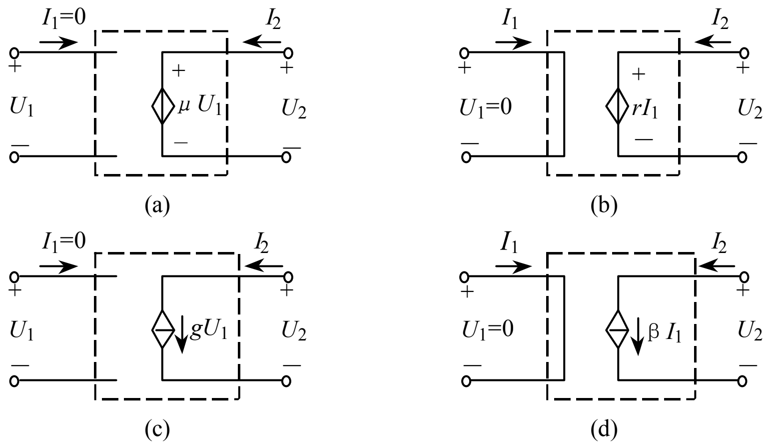


图 2-22 受控源模型

（a）电压控制电压源；（b）电流控制电压源；（c）电压控制电流源；（d）电流控制电流源

在电路图中，受控源用菱形符号表示，以便与独立源的圆形符号相区别。

每一种线性受控源是由两个线性方程式表征的：

电压控制电压源	$I_1 = 0$，$U_2 = \mu U_1$
电流控制电压源	$U_1 = 0$，$U_2 = rI_1$
电压控制电流源	$I_1 = 0$，$I_2 = gU_1$
电流控制电流源	$U_1 = 0$，$I_2 = \beta I_1$

2.5.2 含受控源电路的分析

前面介绍的电路分析方法同样适用于含有受控源的线性电路的分析，但考虑到受控源

的特性，将在下列各例中说明分析与计算时需要注意的地方。

例 2-11　用支路电流法求如图 2-23 所示电路中的各支路电流。

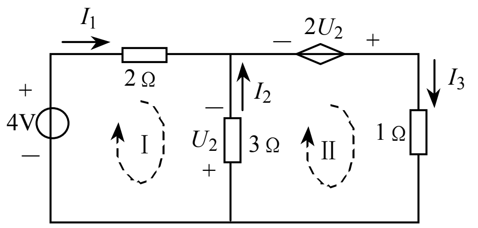


图 2-23　例 2-11 的图

解　用支路电流法建立求解电路的方程组时，应先把受控源暂时作为独立源去列写支路电流方程。但因为受控源输出的电压或电流是电路中某一支路电压或电流（即控制量）的函数，所以，一般情况下还要用支路电流来表示受控源的控制量，使电路中未知量的数目与独立方程式数目相等，这样才能求解出所需未知量。

如图 2-23 所示的电路中有 3 条支路，根据图中所标各支路电流的参考方向及回路的环绕方向，可以列出支路电流法的 3 个方程式为：

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
$$2I_1 - 3I_2 = 4$$
$$I_3 + 3I_2 = 2U_2$$

由于电路中含有一个电压控制电压源，所列 3 个方程中除了支路电流 I_1、I_2、I_3 外，还有控制量 U_2，共 4 个未知量，所以还需增加一个方程。由图 2-23 可得控制量 U_2 与支路电流 I_2 的关系为：

$$U_2 = 3I_2$$

联立以上 4 式，解得：

$$I_1 = 8\text{A}$$
$$I_2 = 4\text{A}$$
$$I_3 = 12\text{A}$$

例 2-12　应用叠加定理求如图 2-24（a）所示电路中的电压 U 和电流 I_2。

解　应用叠加定理分析含受控源的电路时，独立源在电路中的作用可以分别单独考虑，但受控源不能这样处理。因为只要控制支路中有控制量存在，受控源就会出现，所以受控源不可能单独出现，也不可以在控制量存在时取消。

综上所述，应用叠加定理分析图 2-24（a）所示电路时，图 2-24（a）所示电路中的电压 U 等于图 2-24（b）和图 2-24（c）所示两个电路中电压 U'和 U'' 的代数和。在图 2-24（b）所示电路中，10V 电压源单独作用；图 2-24（c）所示电路中，5A 电流源单独作用。两个电路中受控源均应保留。

在图 2-24（b）中，由基尔霍夫定律，有：

$$I_1' = I_2'$$
$$5I_1' + I_2' = 10 - 4I_1'$$

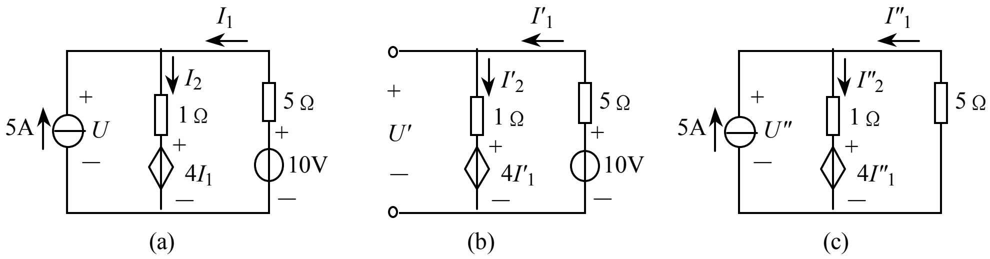


图 2-24 例 2-12 的图

（a）两个独立电源共同作用；（b）10V 电压源单独作用；（c）5A 电流源单独作用

解得：

$$I_1' = I_2' = 1 \text{（A）}$$

$$U' = 10 - 5I_1' = 10 - 5 \times 1 = 5 \text{（V）}$$

在图 2-24（c）中，由基尔霍夫定律，有：

$$I_1'' + 5 - I_2'' = 0$$

$$5I_1'' + I_2'' = -4I_1''$$

解得：

$$I_1'' = -0.5 \text{（A）}$$

$$I_2'' = 4.5 \text{（A）}$$

$$U'' = -5I_1'' = -5 \times (-0.5) = 2.5 \text{（V）}$$

所以：

$$U = U' + U'' = 5 + 2.5 = 7.5 \text{（V）}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 1 + 4.5 = 5.5 \text{（A）}$$

例 2-13 应用戴维南定理求如图 2-25 所示电路中的电流 I_2。

解 应用等效电源定理分析含受控源的电路时，不能将受控源和它的控制量分割在两个网络中，二者必须在同一个网络中。求等效电源的内阻 R_0 时，有源二端网络中的独立电源均应为零，但受控源是否为零取决于控制量是否为零，因此 R_0 不能用电阻串并联的方法计算。一般采用以下两种方法计算 R_0。

（1）开路短路法。即求出有源二端网络的开路电压 U_{OC} 和短路电流 I_{SC}，则：

$$R_0 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}}$$

（2）外加电压法。即在不含独立源的二端网络（内含受控源）两端之间加一个电压 U，求出在这个电压作用下输入到网络的电流 I，则：

$$R_0 = \frac{U}{I}$$

根据以上思路，该例的求解过程如下：

（1）求开路电压 U_{OC}。

由图 2-25（b），有：

$$I_1' = -10 \text{（A）}$$

$$U_{OC}=20-6I_1'=20-6\times(-10)=80\text{（V）}$$

（2）求短路电流 I_{SC}。

由图 2-25（c），有：

$$I_{SC}=I_1''+10=\frac{20}{6}+10=\frac{40}{3}\text{（A）}$$

（3）求等效电源的内阻 R_0。

$$R_0=\frac{U_{OC}}{I_{SC}}=\frac{80}{\frac{40}{3}}=6\text{（Ω）}$$

若用外加电压法计算 R_0，在除去独立源而含有受控源的二端网络端口处加一电压 U，求出相应的端口电流 I，如图 2-25（d）所示，可以得出：

$$I=\frac{U}{6}$$

所以：

$$R_0=\frac{U}{I}=6\text{（Ω）}$$

（4）求电流 I_2。

由图 2-25（e）得：

$$I_2=\frac{80}{4+6}=8\text{（A）}$$

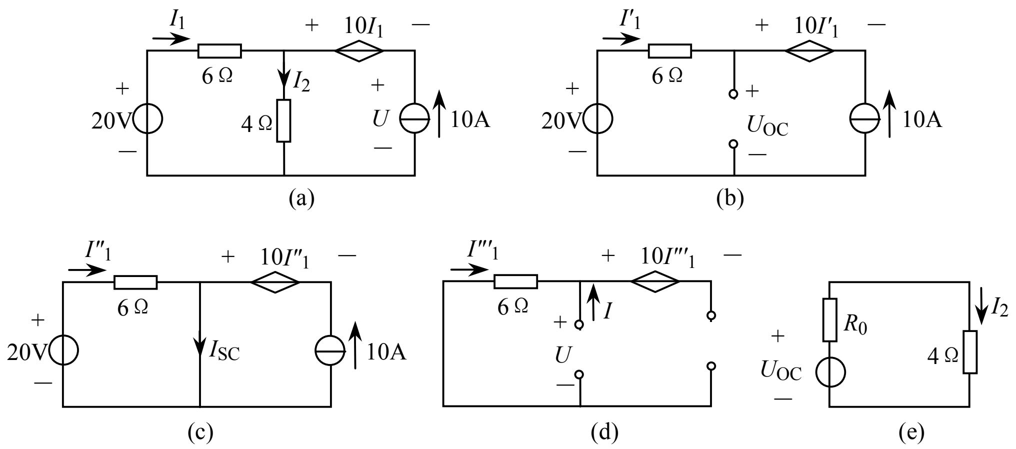


图 2-25　例 2-13 的图

（a）例 2-13 的电路；（b）求 U_{OC} 的电路；（c）求 I_{SC} 的电路；

（d）用外加电压法求 R_0 的电路；（e）图（a）的等效电路

例 2-14　在如图 2-26（a）所示的电路中，用电压源与电流源的等效变换求电流 I。

解　受控电压源与受控电流源也可等效变换，但在变换过程中不能把受控源的控制量变换掉。在本例中，不能把 8 Ω 电阻中的电流 I 变换掉。

进行变换后得到如图 2-26（c）所示的电路，应用基尔霍夫电流定律列出：

$$1 - I - I' + I = 0$$

所以：

$$I' = 1\text{（A）}$$

$$I = \frac{4I'}{8} = \frac{4 \times 1}{8} = 0.5\text{（A）}$$

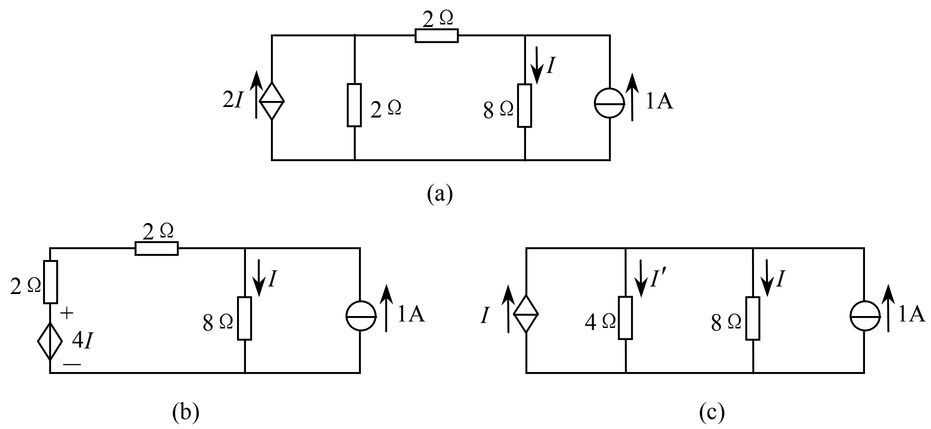


图 2-26　例 2-14 的图

（a）例 2-14 的电路；（b）受控电流源变换为受控电压源；（c）受控电压源变换为受控电流源

2.6　非线性电阻电路的分析

2.6.1　非线性电阻

如果电阻两端的电压在任何情况下都与通过其中的电流成正比，即电阻是一个常数，这样的电阻称为线性电阻。线性电阻两端的电压与其中电流的关系遵循欧姆定律，即：

$$R = \frac{U}{I}$$

线性电阻的伏安特性曲线是一条直线，如图 2-27（a）所示。

如果电阻不是一个常数，而是随着电压或电流变动，这种电阻称为非线性电阻。非线性电阻的伏安特性曲线是一条曲线，如图 2-27（b）、（c）所示分别为白炽灯丝和二极管的伏安特性曲线。非线性电阻的符号如图 2-28 所示。

因为非线性电阻的阻值是随电压或电流而变动的，所以计算阻值时，必须指明它的工作电流或工作电压。由规定的工作电流或工作电压确定的工作状态称为非线性元件的工作点，如图 2-29 所示伏安特性曲线上的 Q 点。

计算非线性电阻要区分两种情况。一种是只对某一工作点求电压和电流的关系，即根据非线性元件的工作条件选定工作点 Q，由伏安特性曲线确定它的工作电压 U 和工作电流 I，如图 2-29 所示，其比值为：

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

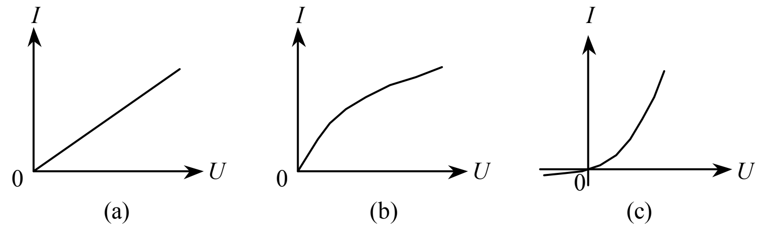


图 2-27　电阻的伏安特性

（a）线性电阻的伏安特性；（b）白炽灯丝的伏安特性；（b）二极管的伏安特性

R 称为非线性元件的静态电阻或直流电阻。

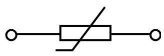


图 2-28　非线性电阻的符号

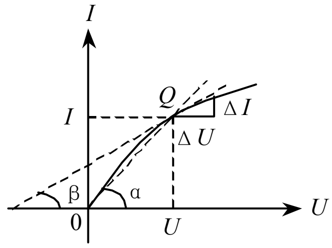


图 2-29　静态电阻和动态电阻的图解方法

另一种情况是在工作点附近取一小段曲线，将这一小段伏安特性曲线近似看作直线，求电压变化量 ΔU 和电流变化量 ΔI 的比值的极限，即：

$$r = \lim_{\Delta I \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \frac{1}{\tan \beta}$$

这样求得的电阻称为非线性元件的动态电阻或微变电阻，常用小写字母 r 表示。动态电阻在数值上等于伏安特性曲线上工作点 Q 处的切线斜率的倒数。

由于非线性电阻的阻值不是常数，所以计算静态电阻和动态电阻时必须选择工作点，当所选工作点改变时，静态电阻和动态电阻的数值也随之改变。

2.6.2　非线性电阻电路的分析

含有非线性电阻的电路称为非线性电阻电路。计算非线性电阻电路可用解析法和图解法。这里仅介绍图解法，解析法在《电子技术基础》中讨论。

如图 2-30 所示的是一非线性电阻电路，线性电阻 R_1 与非线性电阻 R 串联，非线性电阻的伏安特性曲线如图 2-31 中的曲线①所示。

对图 2-30 所示的电路，可用基尔霍夫电压定律列出下列方程：

$$U = U_S - U_1 = U_S - IR_1$$

或：

$$I = -\frac{1}{R_1}U + \frac{U_S}{R_1}$$

这是一个直线方程，其斜率为 $\tan\alpha = -\dfrac{1}{R_1}$，在横轴上的截距为 U_S，纵轴上的截距为

$\dfrac{U_S}{R_1}$。显然，这是一条不过原点的直线，称为负载线，如图 2-32 中的直线②所示。

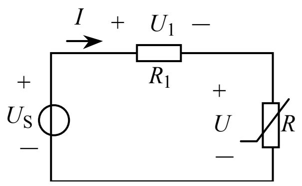


图 2-30 非线性电阻电路

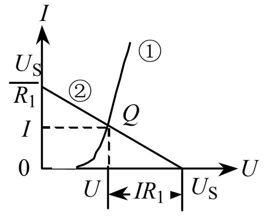


图 2-31 非线性电阻电路的图解法

电路的工作情况由负载线与非线性电阻 R 的伏安特性曲线的交点 Q 确定，因为两者的交点既表示了非线性电阻 R 上电压与电流间的关系，同时也符合电路中电压与电流的关系。

例 2-15 已知如图 2-32（a）所示电路中，$U_S = 8\,\text{V}$，$R_1 = 3\,\text{k}\Omega$，$R_2 = 1\,\text{k}\Omega$，$R_3 = 0.25\,\text{k}\Omega$，二极管 VD 的伏安特性曲线如图 2-32（c）中的曲线①所示，求通过二极管的电流 I 及端电压 U。

解 首先根据戴维南定理将 a、b 左边的有源二端网络作等效变换，得到如图 2-32（b）所示的等效电路。其中：

$$U_{OC} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{1}{3+1} \times 8 = 2 \text{（V）}$$

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{1 \times 3}{1+3} + 0.25 = 1 \text{（k}\Omega\text{）}$$

把图 2-32（b）所示等效电路中的二极管作为负载，可写出负载线方程：

$$U = U_{OC} - IR_0$$

根据上式在图 2-32（c）中作出负载线②。负载线在横轴上的截距 $U = U_{OC} = 2$（V），在纵轴上的截距 $I = \dfrac{U_{OC}}{R_0} = \dfrac{2}{1} = 2$（mA）。负载线②与二极管的特性曲线①的交点 Q 就是二极管的工作点。由工作点 Q 可得：

$$U = 0.6\text{V}$$

$$I = 1.4\text{mA}$$

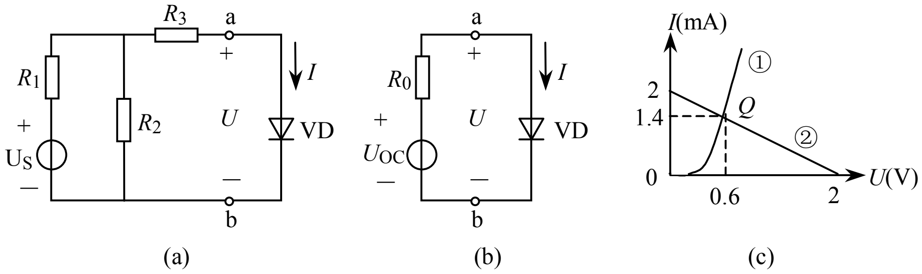


图 2-32 例 2-15 的图

（a）例 2-15 的电路；（b）图（a）的等效电路；（c）图解法求电流 I 及电压 U

本章小结

（1）支路电流法是直接运用基尔霍夫定律和元件伏安关系列方程求解电路的方法，是分析电路最基本的方法。用支路电流法求解电路时，先要判定电路的支路数 b 和节点数 n，并在电路图中标出各支路电流的参考方向和各回路的绕行方向，然后根据 KCL 列出 $(n-1)$ 个独立的节点电流方程，根据 KVL 列出 $b-(n-1)$ 个独立的回路电压方程，最后联立这些方程，即可求出各支路电流，必要时再求出各元件的电压和功率。

（2）对于有多个支路，但只有两个节点的电路，可以不需解联立方程组，运用弥尔曼公式 $U=\dfrac{\sum\dfrac{U_S}{R}+\sum I_S}{\sum\dfrac{1}{R}}$ 直接求出两个节点间的电压，进而求出各支路电流。

（3）具有相同伏安关系的不同电路称为等效电路，将某一电路用与其等效的电路替换的过程称为等效变换。将电路进行适当的等效变换，可以使电路的分析计算得到简化。

多个电阻串联时，可等效为一个电阻，等效电阻 $R=\sum R_k$ 。两个电阻串联时，电压分配公式为：$U_1=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}U$ ，$U_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}U$ 。

多个电阻并联时，也可等效为一个电阻，等效电阻 R 可由公式 $\dfrac{1}{R}=\sum\dfrac{1}{R_k}$ 求得。两个电阻并联时，电流分配公式为：$I_1=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I$ ，$I_2=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}I$ 。

一个实际电源可以用电压源 U_S 与内阻 R_0 串联的模型表示，也可用电流源 I_S 与内阻 R_0 并联的模型表示，这两种电路模型可以等效变换，等效变换的条件为 $I_S=\dfrac{U_S}{R_0}$ 或 $U_S=I_SR_0$ 。

（4）叠加定理是反映线性电路基本性质的一个重要定理。根据叠加定理，在多个电源共同作用于线性电路时，任何一条支路的电流或电压，等于电路中各个电源分别单独作用时在该支路所产生的电流或电压的代数和。运用叠加定理，可将一个复杂的电路分解为若干个较简单的电路，从而简化了电路的分析计算。

（5）等效电源定理包括戴维南定理和诺顿定理。

戴维南定理是用等效方法分析电路最常用的定理。戴维南定理表明：任何一个线性有源二端网络可以用一个恒压源与内阻串联的等效电源代替。恒压源的电压等于该有源二端网络的开路电压，串联的内阻等于该二端网络去除所有电源后所得无源二端网络两端之间的等效电阻。

诺顿定理表明：任何一个线性有源二端网络可以用一个恒流源与内阻并联的等效电源代替。恒流源的电流等于该二端网络的短路电流，并联的内阻等于该二端网络去除所有电源后所得无源二端网络两端之间的等效电阻。

必须特别指出，等效电源定理只适用于对外电路的等效，而对被变换部分的内部是不等效的。

（6）受控源输出的电压或电流受电路中其他支路的电压或电流控制。控制量的大小及方向改变时，受控源输出的电压或电流的大小及方向也将随之改变。受控源在电路中不能独立存在。含有受控源的线性电路仍可用基尔霍夫定律及线性电路的基本分析方法分析。

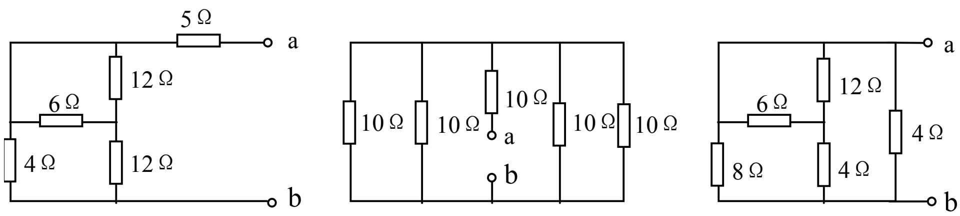
（7）如果一个电阻不是常数，而是随电压或电流变化的，就称为非线性电阻。非线性电阻的伏安特性是一条曲线。不同的工作条件对应于不同的负载线。负载线与伏安特性曲线的交点称为工作点 Q，由工作点 Q 所确定的工作电压 U 和工作电流 I 的比值称为非线性电阻的静态电阻 R，即 $R=\dfrac{U}{I}$。在工作点 Q 附近，电压变化量 ΔU 和电流变化量 ΔI 的比值的极限称为非线性电阻的动态电阻 r，即：

$$r=\lim_{\Delta I\to 0}\frac{\Delta U}{\Delta I}=\frac{dU}{dI}$$

求解非线性电阻电路常采用图解法。

习 题 二

2-1 求图 2-33 所示各电路 a、b 两端的等效电阻。



(a) (b) (c)

图 2-33 习题 2-1 的图

2-2 求图 2-34 所示电路中的电压 U。

2-3 求图 2-35 所示电路中的电流 I 和电压 U_{ab}。

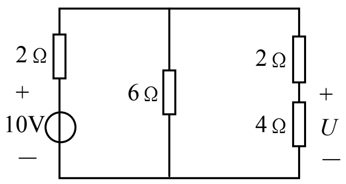


图 2-34 习题 2-2 的图

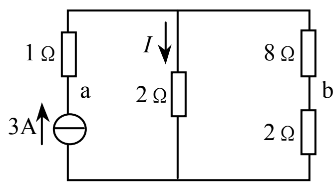


图 2-35 习题 2-3 的图

2-4 求图 2-36 所示电路中的电流 I。

2-5 求图 2-37 所示电路中的电压 U_{ab}。

2-6 在图 2-38 中，$U_{S1}=244\text{ V}$，$U_{S2}=252\text{ V}$，$R_1=8\ \Omega$，$R_2=4\ \Omega$，$R_3=20\ \Omega$。用支路电流法计算各支路电流，并证明电源产生的功率等于电阻上消耗的总功率。

2-7 在图 2-39 所示电路中，用支路电流法计算各支路电流。

2-8 在图 2-40 所示电路中，$U_{S1}=U_{S3}=6\text{ V}$，$U_{S2}=24\text{ V}$，$R_1=R_4=1\ \Omega$，$R_2=R_3=2\ \Omega$，试用节点电压法计算各支路电流。

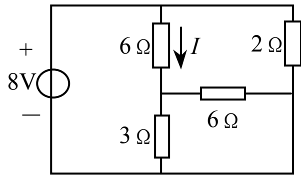


图 2-36　习题 2-4 的图

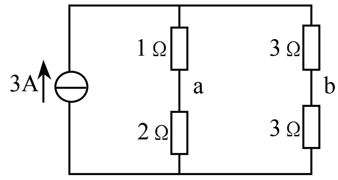


图 2-37　习题 2-5 的图

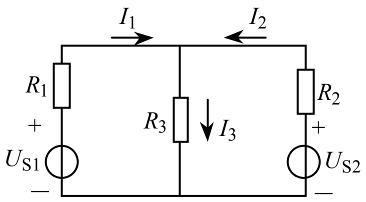


图 2-38　习题 2-6 的图

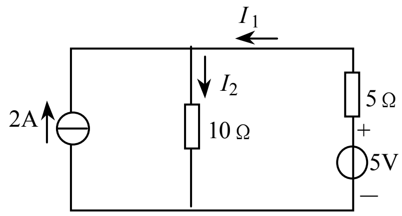


图 2-39　习题 2-7 的图

2-9　在图 2-41 所示电路中，用节点电压法计算各支路电流。

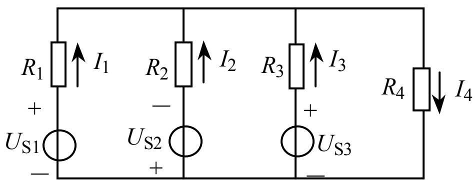


图 2-40　习题 2-8 的图

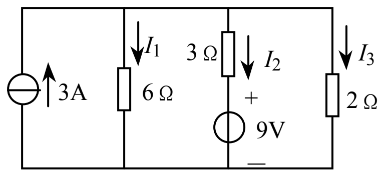


图 2-41　习题 2-9 的图

2-10　将图 2-42 所示的两个电路分别化为一个恒压源与一个电阻串联的电路。

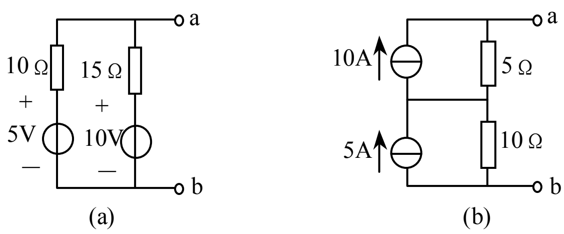


图 2-42　习题 2-10 的图

2-11　试用电压源与电流源等效变换的方法计算图 2-43 所示电路中流过 2 Ω 电阻的电流 I。

2-12　写出图 2-44 所示电路中输出电压 U_2 与输入电压 U_1 的比值。

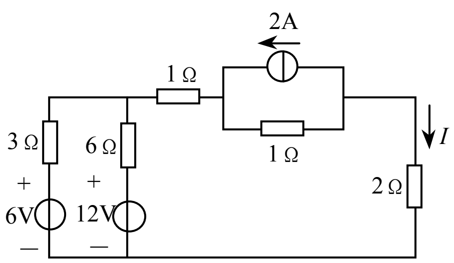


图 2-43　习题 2-11 的图

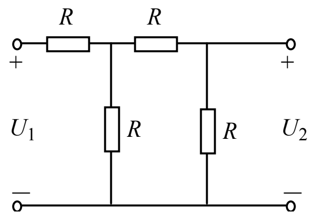
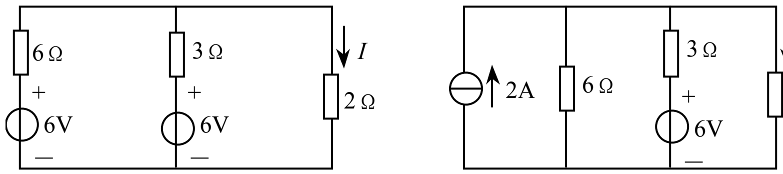


图 2-44　习题 2-12 的图

2-13　试用电压源与电流源等效变换的方法求图 2-45 所示各电路中的电流 I。



(a)　　　　(b)

图 2-45　习题 2-13 的电路

2-14　试用叠加定理计算图 2-46 所示电路中流过 4 Ω 电阻的电流 I。

2-15　试用叠加定理计算图 2-47 所示电路中流过 3 Ω 电阻的电流 I。

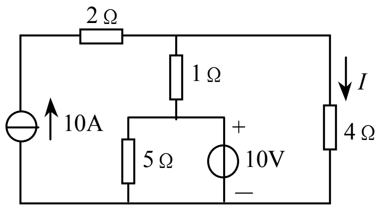


图 2-46　习题 2-14 的图

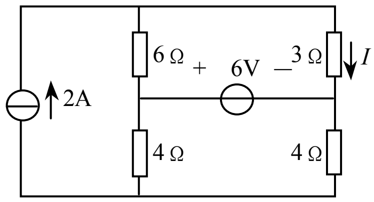
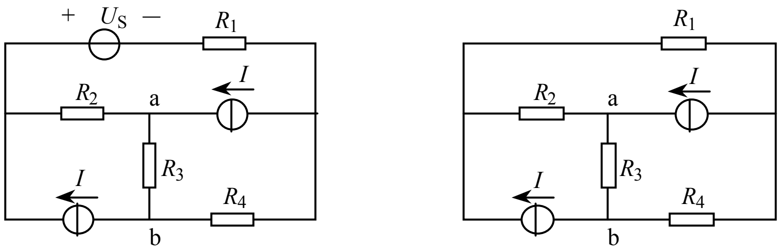


图 2-47　习题 2-15 的图

2-16　如图 2-48（a）所示，$U_S = 12\,\text{V}$，$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$，$U_{ab} = 10\,\text{V}$。若将恒压源除去后（如图 2-48（b）所示），试问这时 U_{ab} 等于多少？



(a)　　　　(b)

图 2-48　习题 2-16 的图

2-17　试用叠加定理计算图 2-49 所示电路中流过 3 Ω 电阻的电流 I。

2-18　在图 2-50 中，（1）当将开关 S 合在 a 点时，求电流 I_1、I_2 和 I_3；（2）当将开关 S 合在 b 点时，利用（1）的结果，用叠加定理计算 I_1、I_2 和 I_3。

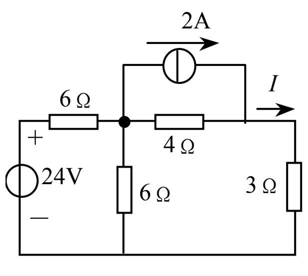


图 2-49　习题 2-17 的图

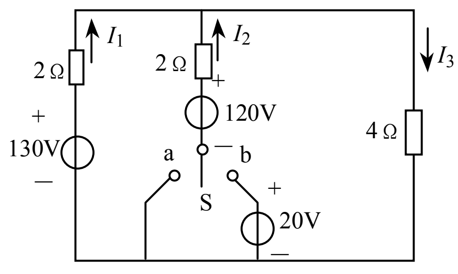
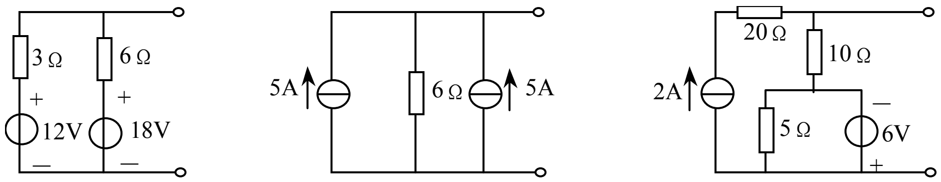


图 2-50　习题 2-18 的图

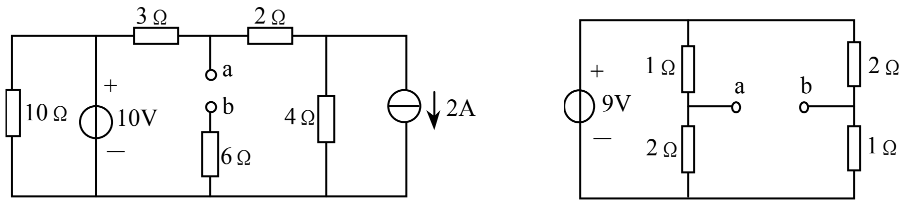
2-19　用戴维南定理化简图 2-51 所示各电路。



(a)　(b)　(c)

图 2-51　习题 2-19 的电路

2-20　用戴维南定理化简图 2-52 所示各电路。



(a)　(b)

图 2-52　习题 2-20 的图

2-21　用戴维南定理求图 2-53 所示电路中的电流 I。

2-22　用戴维南定理求图 2-54 所示电路中的电流 I。

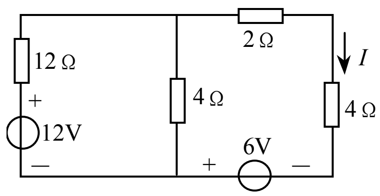


图 2-53　习题 2-21 的图

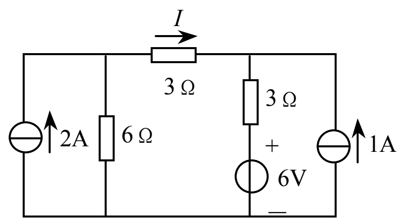


图 2-54　习题 2-22 的图

2-23　分别应用戴维南定理和诺顿定理求图 2-55 所示电路中通过 12 Ω 电阻的电流 I。

2-24　分别应用戴维南定理和诺顿定理求图 2-56 所示电路中的电流 I_L。

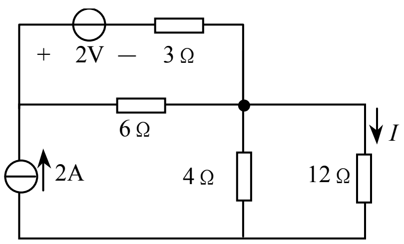


图 2-55　习题 2-23 的图

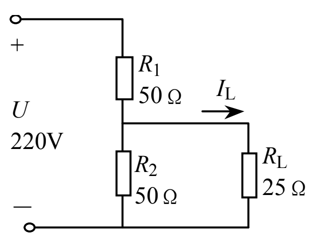


图 2-56　习题 2-24 的图

2-25　图 2-57 所示的 $R-2R$ 梯形网络用于电子技术的数模转换，试用叠加定理求证输出端的电流 I 为

$$I=\frac{U_R}{3R\times 2^4}\left(2^3+2^2+2^1+2^0\right)$$

2-26 在图 2-58 中，已知 $U_{S1}=15V$，$U_{S2}=4V$，$U_{S3}=13V$，$R_1=R_2=R_3=R_4=1\ \Omega$，$R_5=9\ \Omega$，（1）当开关 S 断开时，试求电阻 R_5 上的电压 U_5 和电流 I_5；（2）当开关 S 闭合时，试用戴维南定理计算 I_5。

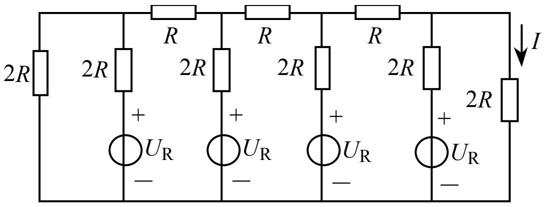


图 2-57 习题 2-25 的图

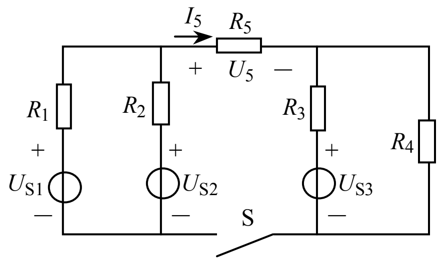


图 2-58 习题 2-26 的图

2-27 用戴维南定理计算图 2-59 所示电路中的电流 I。

2-28 在图 2-60 中，已知 $U_S=10V$，$I_S=2A$，$R_1=6\ \Omega$，$R_2=4\ \Omega$，$R_3=9\ \Omega$，$R_4=2\ \Omega$，分别用戴维南定理和诺顿定理求电阻 R_1 上的电流。

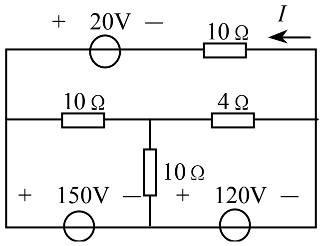


图 2-59 习题 2-27 的图

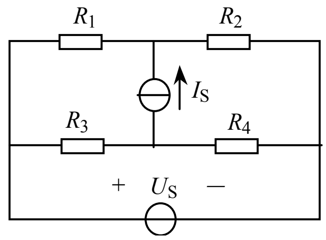
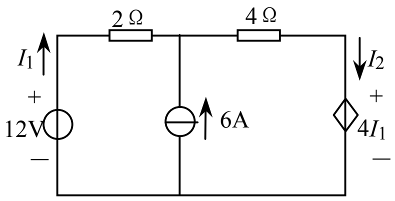


图 2-60 习题 2-28 的图

2-29 用支路电流法求图 2-61 所示两电路中的各支路电流。


(a)

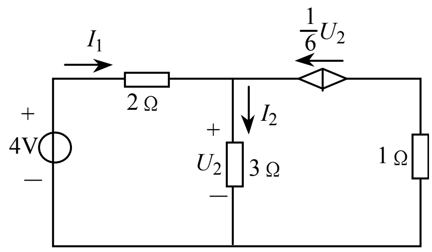

(a)

图 2-61 习题 2-29 的图

2-30 用叠加定理求图 2-62 所示电路中的电流 I。

2-31 试求图 2-63 所示电路的戴维南等效电路和诺顿等效电路。

2-32 试用图解法计算图 2-64（a）所示电路中非线性电阻 R 的电流 I 及其两端电压 U。

图 2-65（b）所示是非线性电阻 R 的伏安特性曲线。

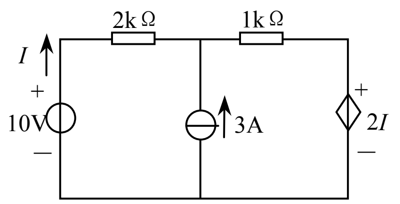


图 2-62 习题 2-30 的图

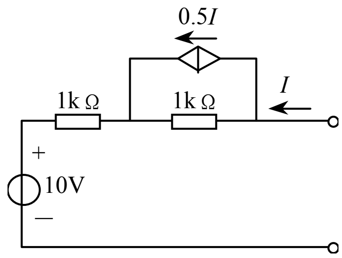
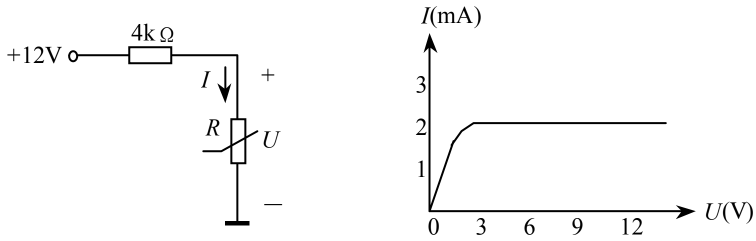


图 2-63 习题 2-31 的图



(a) (b)

图 2-64 习题 2-32 的图